5
EFFORTS INTERNES ET CONTRAINTES

5.1 GÉNÉRALITÉS

5.1.1 Introduction

La résistance des matériaux, aussi appelée mécanique des corps déformables, fait appel aux notions de mécanique statique et aux propriétés des matériaux. En résistance, la recherche des meilleures formes et dimensions à donner aux éléments d'une construction ou d'une machine afin de leur permettre de résister à l'action des forces qui les sollicitent tout en cherchant la manière la plus économique possible fait partie des multiples calculs que cette partie de la physique peut résoudre.

La résistance des matériaux permet de déterminer les effets qu'ont les forces extérieures sur un corps solide. Ces forces engendrent les efforts internes qui résultent en déformation du corps.

La résistance des matériaux a donc pour but d'assurer qu'on utilise dans une structure donnée, une quantité minimale de matériaux, tout en satisfaisant aux exigences suivantes:

1-<u>Résistance</u> :	La pièce doit supporter et transmettre les *charges* externes qui lui sont imposées.
2-<u>Rigidité</u> :	La pièce ne doit pas subir de *déformation* excessive lorsqu'elle est sollicitée.
3-<u>Stabilité</u> :	La pièce doit conserver son intégrité géométrique afin que soient évitées des conditions d'instabillité *(flambement)*.
4-<u>Endurance</u> :	La pièce, si elle est soumise à un *chargement* répété, doit pouvoir tolérer sans rupture un certain nombre de cycles de sollicitation variable *(fatigue)*.

5-Résiliences : Enfin, dans le cas où un chargement dynamique *(impact)* est à prévoir, la pièce doit pouvoir absorber une certaine quantité d'énergie sans s'en trouver trop endommagée.

5.1.2 Propriétés des matériaux

Les matériaux résistent, dans la plupart des cas, aux sollicitations auxquelles ils sont soumis car les forces extérieures qui leur sont appliquées, constituent un système en équilibre. Parmi ces forces, il ne faut noter les réactions d'appuis ainsi que les liaisons.

Mais ce n'est pas tout, c'est aussi parce que ces matériaux sont doués de propriétés physiques données. On note parmi le propriétés physiques importantes en résistance des matériaux: l'élasticité, la résistance, la rigidité, la ductilité, la malléabilité, ... Grâce à ces propriétées, les efforts internes engendrées dans les matériaux, sont capables de s'opposer à l'action des forces extérieures.

Définition:

1-Élasticité : La propriété physique d'un corps à reprendre sa forme après suppression de la sollicitation (charge).

2-Résistance : La capacité qu'a un corps de résister aux forces appliquées.

3-Rigidité : La propriété qu'a un corps à résister aux déformations.

4-Ductilité : La propriété d'un corps à pouvoir être étiré en fils très mince.

5-Malléabilité : La propriété d'un corps de pouvoir être réduit en feuilles minces. Un corps ductile est généralement malléable. Un corps qui n'est pas ductile, ni malléable est un corps dit cassant.

5.1.3 Hypothèses de base

Dans les problèmes traités, nous supposerons que les matériaux satisfont déjà à un certain nombre d'exigences. Ces exigences sont les suivantes:

1- Les matériaux utilisés n'ont ni fissures ni cavités.

2- Les matériaux sont homogènes, c'est-à-dire qu'ils ont les mêmes propriétés en tout point.

3- Les matériaux sont isotropes, c'est-à-dire qu'ils ont les mêmes propriétés dans toutes les directions.

5.1.4 Conditions d'équilibre

Tout comme en statique, les corps sont en équilibre en tout point donc les mêmes conditions d'équilibre sont appliquées sur les corps.

Équilibre de translation:

$\sum F_x = 0$	translation horizontale
$\sum F_y = 0$	translation verticale

Équilibre de rotation:

$\sum M_z = 0$	rotation par rapport à n'importe lequel axe perpendiculaire au plan des forces xy.

5.2 EFFORTS INTERNES

5.2.1 Généralités

Dans l'étude de la résistance des matériaux, le point d'application et le mode d'application des forces ou charges sont d'une très grande importance car de ces deux facteurs dépendent les contraintes et les déformations que doit supporter un matériau.

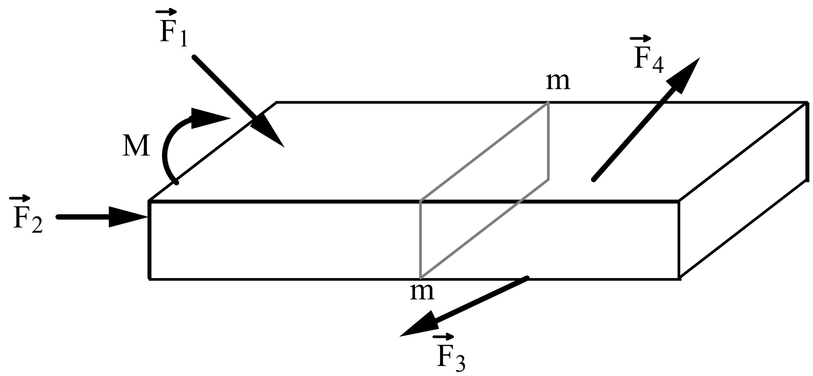


Fig. 5.1

Considérons un corps quelconque sollicité par des forces externes F_1, F_2, F_3, ... et des moments M_1, M_2, ... et déterminons l'état des forces internes en un point quelconque (figure 5.1). Choisissons le système d'axes de référence (x,y,z) qui est utilisé en général. Pour déterminer les forces internes, sectionnons le corps selon un plan normal, par exemple le plan m-m.

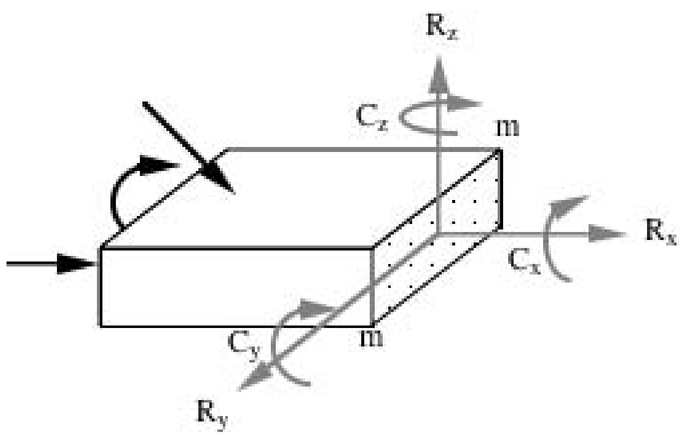


Fig. 5.2

Dans la coupe m-m, on peut dénoter 6 efforts internes. L'action physique des forces nous donnera:

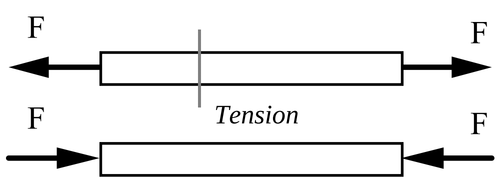
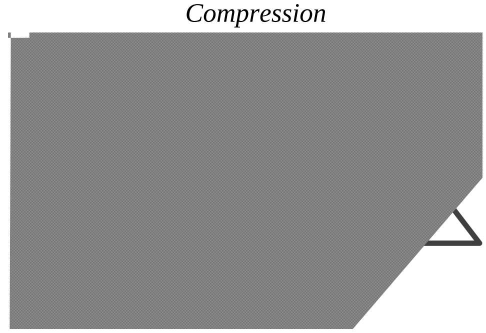
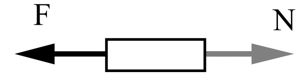
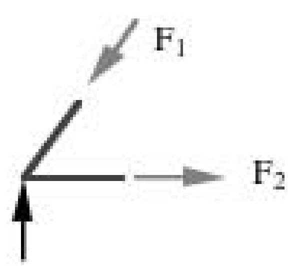
R_x: étant une force <u>normale</u> à la coupe, cette force tendera à *étirer* ou à *comprimer* la pièce. C'est un **effort de tension ou de compression**.

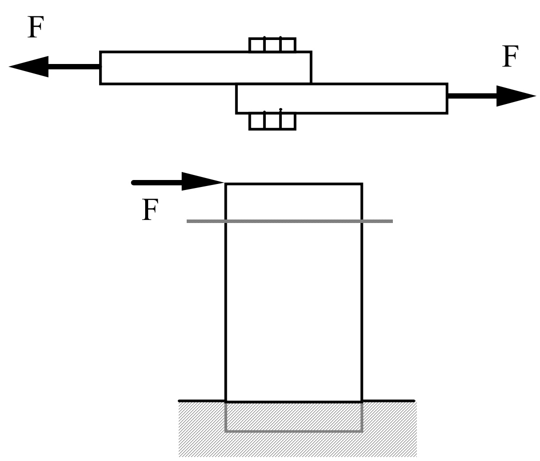
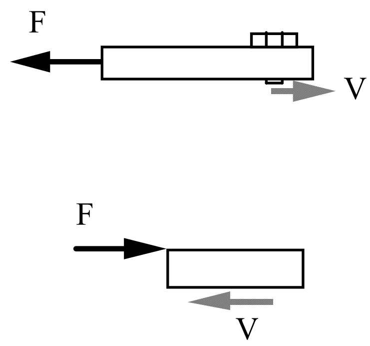
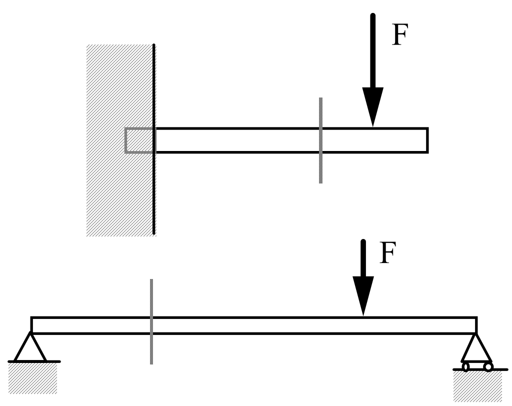
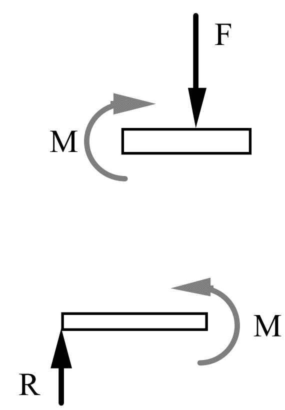
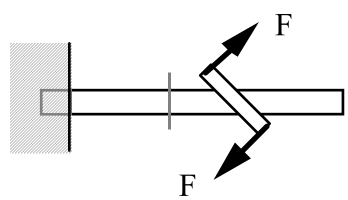
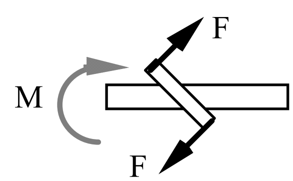
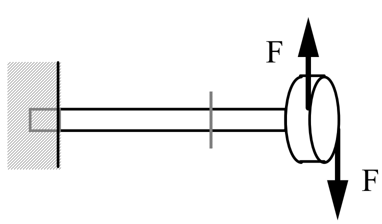
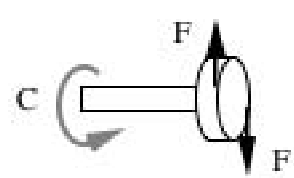
R_y et R_z: sont les composantes de la force agissant dans le <u>plan</u> de la coupe. Ces forces tendent à *cisailler* la pièce. R_y et R_z sont donc des forces tangentielles, que l'on appelle: **effort tranchant**.

C_x: est un couple qui tend à *tordre* la pièce, on l'appelle donc **couple de torsion**.

C_y et C_z: sont des couples qui tendent à *plier* la pièce, ce sont des <u>efforts de flexion</u>, que l'on appelle: **moment fléchissant**.

Les tableaux suivants décrivent les types d'efforts que peut subir un matériau selon les charges qu'il supporte. (Normal = longitudinal à la pièce, Transversal = perpendiculaire à la pièce)

Efforts	Situations de charge	Sections isolées
Normal **Effort normal** (Tension ou compression) Ces forces sont dans l'axe de la pièce. Elles sont normales (orthogonales) à la section.	 	 

Efforts	Situations de charge	Sections isolées
Transversal **Cisaillement ou effort tranchant** Ces forces sont perpendiculaires à l'axe de la pièce.		
Transversal **Moment fléchissant** (Moment de flexion) Ces forces tendent à plier la pièce.		
Moment de flexion (couple) Ces forces tendent à plier la pièce.		
Torsion Ces forces tendent à tordre la pièce.		

5.2.2 Efforts internes dans le plan

Afin de simplifier l'étude des efforts internes nous nous contenterons que de regarder dans le plan, c'est-à-dire en deux dimensions. Cette simplification nous amènera à diminuer le nombre d'efforts à 3. C'est-à-dire les efforts $\mathbf{R_x}$, $\mathbf{R_y}$ et $\mathbf{C_z}$. Nous changerons aussi les appellations de ces efforts, ainsi:

R_x s'appellera **N**:	***effort normal***
R_y s'appellera **V**:	***effort tranchant***
C_z s'appellera **M**:	***moment fléchissant***

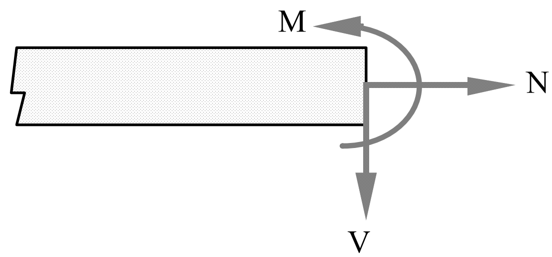


Fig. 5.3

Dans la pratique, une pièce d'un matériau quelconque peut supporter un ou l'autre de ces efforts ou une combinaison de plusieurs de ces efforts.

Le but de la résistance des matériaux est d'étudier les effets que produisent ces efforts et de déterminer les efforts maximum que peut supporter une pièce.

En résumé:

N: ***effort normal*** — Parallèle à l'axe longitudinal de la pièce.

V: ***effort tranchant*** ***ou en cisaillement*** — Perpendiculaire à l'axe longitudinal de la pièce.

M: ***moment fléchissant*** — De façon à plier la pièce.

5.2.3 Effort normal (N)

L'effort normal est l'effort de <u>tension</u> ou de <u>compression</u> produit par deux forces opposées qui tendent à *allonger* ou à *raccourcir* la pièce sur laquelle elles s'exercent.

Pour trouver l'effort normal que subit une pièce en un endroit donné, il faut effectuer une coupe à cet endroit. On note **"N"** l'effort normal que l'on placera toujours, par convention, en **tension** dans une coupe.

Comme toute la poutre ainsi que chacune de ses parties sont en équilibre, on trouve cet effort en appliquant les conditions d'équilibre (équilibre de translation) sur le corps.

EXEMPLE 5.1 *Trouver les efforts normaux en A et en B dans la poutre ci-dessous (5.4 a).*

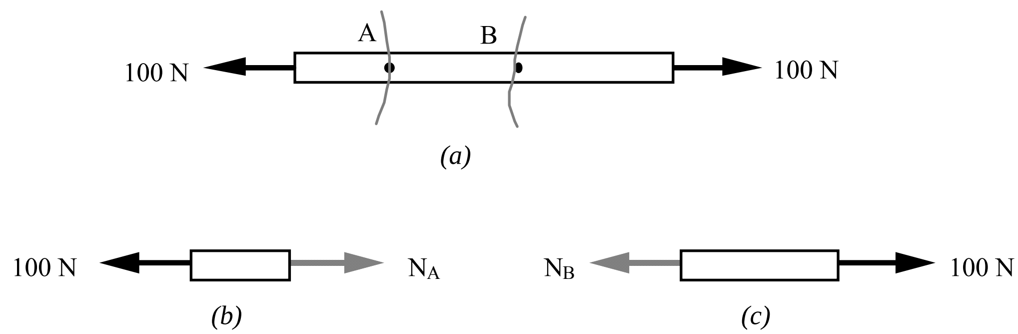


Fig. 5.4

Solution:

Premièrement, isolons la section de gauche pour la coupe en A et plaçons N_A en tension (par convention) (*fig. 5.4 (b)*). Nous aurons:

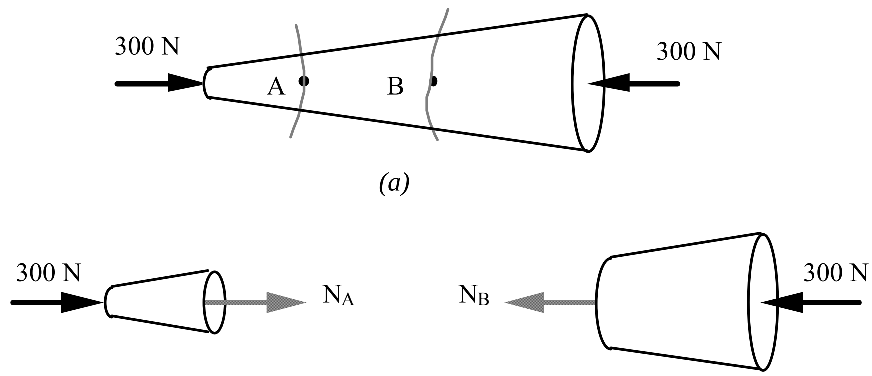
$\sum F_x = N_A - 100 = 0$ D'où $\mathbf{N_A = 100\ N}$ (donc en tension)

Ensuite, isolons la section de droite pour la coupe en B et plaçons N_B en tension (*fig. 5.4 (c)*) Nous aurons:

$\sum F_x = -N_B + 100 = 0$ D'où $\mathbf{N_B = 100\ N} = N_A$

On remarque qu'entre les deux charges de 100 N la valeur de l'effort normal est constante et vaut 100 N de tension.

EXEMPLE 5.2 *Trouver les efforts normaux en A et en B dans la poutre ci-dessous (5.5 a).*



(a) (b) (c)

Fig. 5.5

Solution:

Premièrement, isolons la section de gauche pour la coupe en A et plaçons N_A en tension (par convention) (*fig. 5.5 (b)*). Nous aurons:

$\sum F_x = N_A + 300 = 0$ D'où $\mathbf{N_A = -300\ N}$ (donc en compression)

Ensuite, isolons la section de droite pour la coupe en B et plaçons N_B en tension (*fig. 5.5 (c)*) Nous aurons:

$\sum F_x = -N_B - 300 = 0$ D'où $\mathbf{N_B = -300\ N} = N_A$

On remarque ici que même si la forme varie, l'effort de compression demeure le même sur toute la longueur de la pièce comme dans l'exemple précédent.

Remarque:

- **L'effort normal ne dépend que des charges**, il est indépendant de la forme ou de la grosseur de la pièce.

EXEMPLE 5.3 *Trouver les efforts normaux en A et en B dans la poutre ci-dessous. (fig. 5.6 a)*

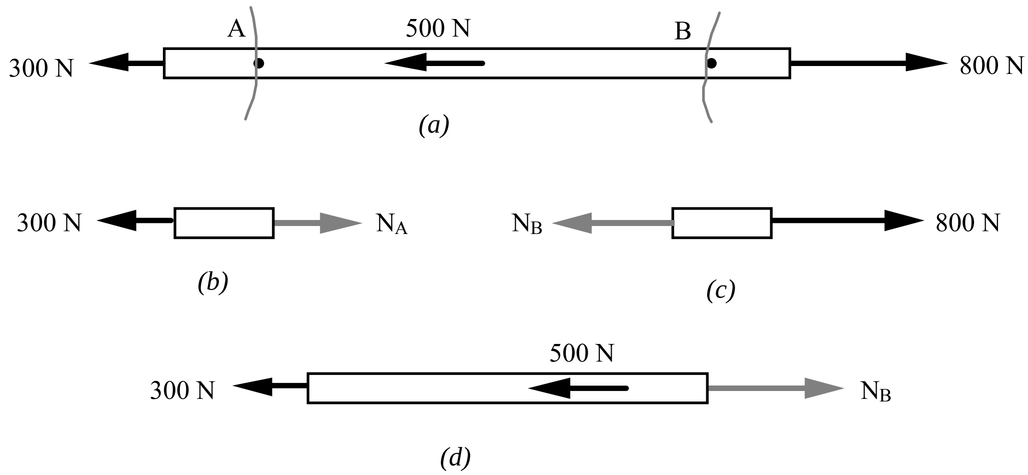


Fig. 5.6

Solution:

Coupe A: $\sum F_x = -300 + N_A = 0$ D'où $\mathbf{N_A = 300\ N}$ de tension

Coupe B: $\sum F_x = -N_B + 800 = 0$ D'où $\mathbf{N_B = 800\ N}$ de tension

Même si on avait sélectionné la partie de gauche le résultat aurait été le même.

$\sum F_x = -300 - 500 + N_B = 0$ D'où $N_B = 800$ N de tension également.

Remarques:

- En se déplaçant sur une pièce, on doit effectuer une coupe après chaque force rencontrée si on veut connaître les efforts que la pièce supporte en tout point.
- Entre deux charges l'effort normal ne change pas, mais si on rencontre une charge en se déplaçant sur la pièce, l'effort normal varie en une valeur égale à la charge, si cellle-ci est parallèle à l'axe.
- Le principe d'action réaction est respecté à chaque coupe. Que l'on conserve la partie de gauche ou de droite, l'effort normal est le même en grandeur et reste en tension.

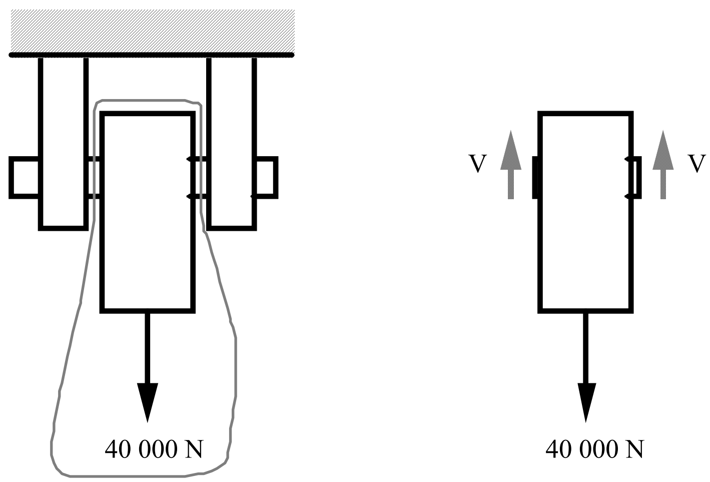
5.2.4 Effort tranchant (en cisaillement) V

L'effort tranchant est l'effort produit par deux forces opposées qui tendent à sectionner (trancher ou cisailler) la pièce qui la subit.

Pour trouver l'effort tranchant que subit une pièce en un endroit donné, il faut effectuer une coupe à cet endroit. On note **"V"** l'effort tranchant ou en cisaillement, que l'on placera toujours, par convention, dans le sens positif.

Comme une poutre ainsi que chacune de ses parties sont en équilibre, on trouve cet effort en appliquant les conditions d'équilibre (équilibre de translation) sur le corps.

EXEMPLE 5.4 *Trouver l'effort tranchant dans la goupille du système suivant.*



(a) *(b)*

Fig. 5.7

Solution:

$\sum F_y = -40000 + 2V = 0$ D'où **V = 20000 N**

La goupille, qui soutient la tige et sa charge, subit un effort tranchant tendant à la cisailler égal à 20000 N. Il faut donc qu'elle soit choisie en conséquence.

EXEMPLE 5.5 *Trouver l'effort tranchant en A et en B du système ci-dessous.*

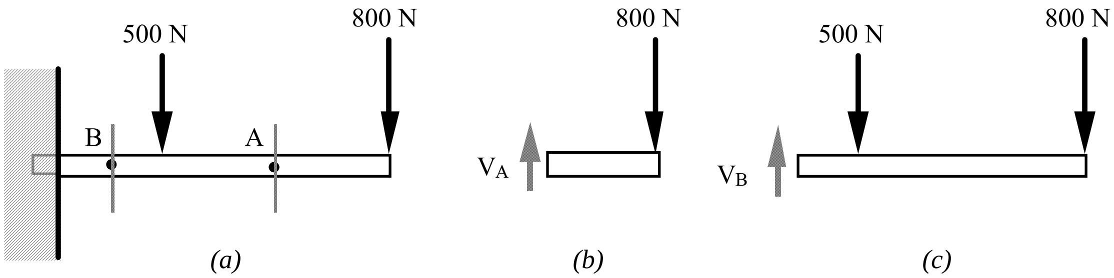


Fig. 5.8

Solution:

Premièrement, isolons la section de droite (car on ne connait pas les réactions d'appuis à l'encastrement). On a alors:

$\sum F_y = -800 + V_A = 0$ D'où $\mathbf{V_A = 800\ N}$

Ensuite, isolons encore la partie de droite à partir de B, on a alors:

$\sum F_y = V_B - 500 - 800 = 0$ D'où $\mathbf{V_B = 1300\ N}$

Remarque:

- La valeur de l'effort tranchant **V** change, de la valeur de la charge perpendiculaire à l'axe rencontré, en se déplaçant sur la poutre.

5.2.5 Moment de flexion (M)

L'effort exercé par un couple ou des forces appliquées perpendiculairement à l'axe principal d'une poutre et qui tend à plier ou courber la poutre sont des moments de flexion.

Pour trouver le moment fléchissant que subit une pièce en un endroit donné, il faut effectuer une coupe à cet endroit. On note **M** le moment de flexion, que l'on placera toujours, par convention, dans le sens à faire plier la pièce vers le bas (voir chap. 8).

Comme une poutre ainsi que chacune de ses parties sont en équilibre, on trouve cet effort en appliquant les conditions d'équilibre (équilibre de rotation) sur le corps.

EXEMPLE 5.6 *Trouver le moment fléchissant dans la poutre ci-dessous aux points A et B.*

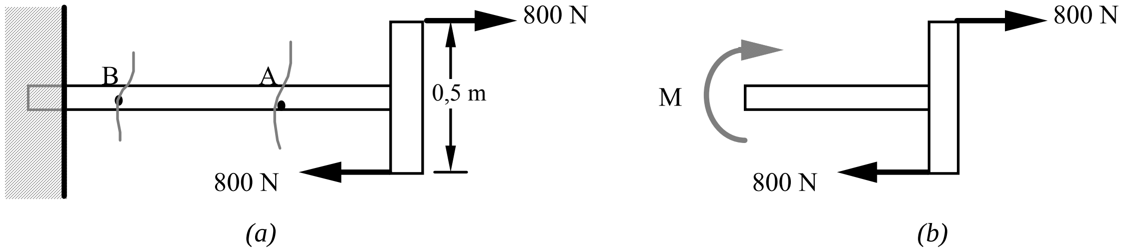


Fig. 5.9

Solution:

$\sum M_A = \sum M_B$ = -(800 x 0,5) - M = 0 D'où **M = -400 Nm** (donc sens contraire)

Si l'effort provient d'un couple comme dans cet exemple, le moment de flexion est le même partout dans la poutre.

EXEMPLE 5.7 *Trouver le moment fléchissant dans la poutre ci-dessous au point A. (fig. 5.10 a)*

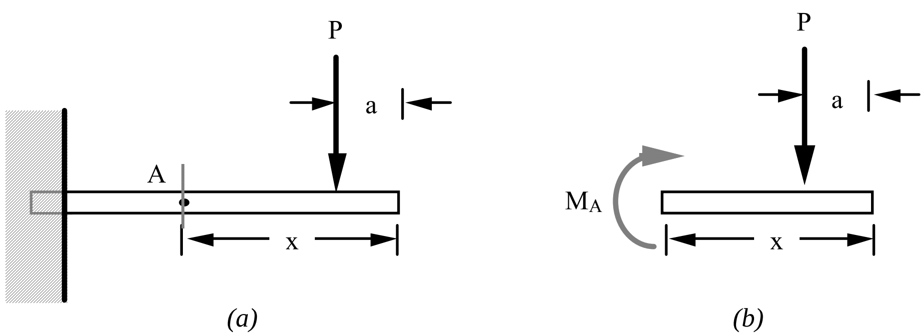


Fig. 5.10

Solution:

$\sum M_A = -(P(x - a)) - M_A = 0$ D'où $\mathbf{M_A = -P(x-a)}$

On voit ici que le moment fléchissant varie en fonction de la position (x) de la coupe dans la poutre.

Remarque:

- La valeur du moment fléchissant varie en fonction de la position de la coupe dans une poutre lorsque celle-ci est sollicitée par des charges.

5.3 CONTRAINTES

5.3.1 Contrainte normale (σ) *(sigma)*

La contrainte normale (σ) est l'intensité de l'effort normal (N). C'est l'effort supporté par unité de surface.

Contrainte normale:

$$\sigma = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{A}} \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] \qquad \textbf{\textit{(5.1)}}$$

Où **N** = effort normal [N]
A = aire de la section supportant l'effort N [m^2]

Les unités de la contrainte normale sont le N/m^2, par contre en physique ces unités sont appelées aussi le Pascal (Pa).

$$1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\ \mathrm{Pa}$$
$$1\ \mathrm{kPa} = 1 \times 10^3\ \mathrm{Pa}$$
$$1\ \mathrm{MPa} = 1 \times 10^6\ \mathrm{Pa}$$
$$1\ \mathrm{GPa} = 1 \times 10^9\ \mathrm{Pa}$$

EXEMPLE 5.8 *Trouver les contraintes normales en B et en C de la poutre ci-dessous.*

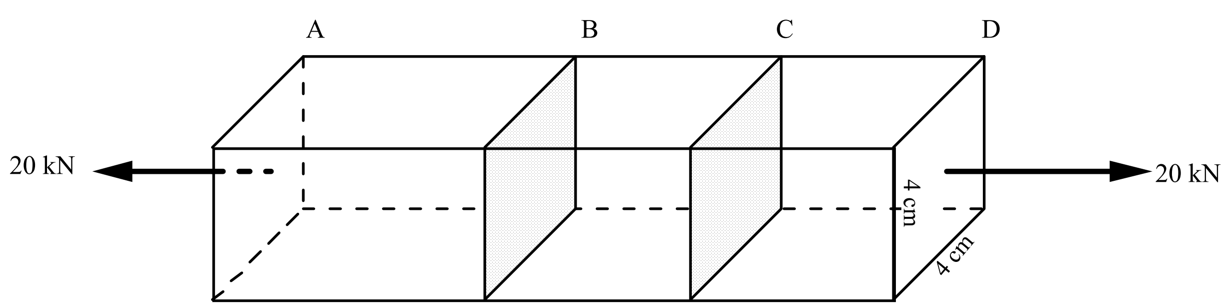


Fig. 5.11

Solution:

En effectuant des coupes en B et C, on trouve facilement que l'effort N vaut 20 kN en tension (ou 2 x 10^5 N).
Prenons la partie CD:

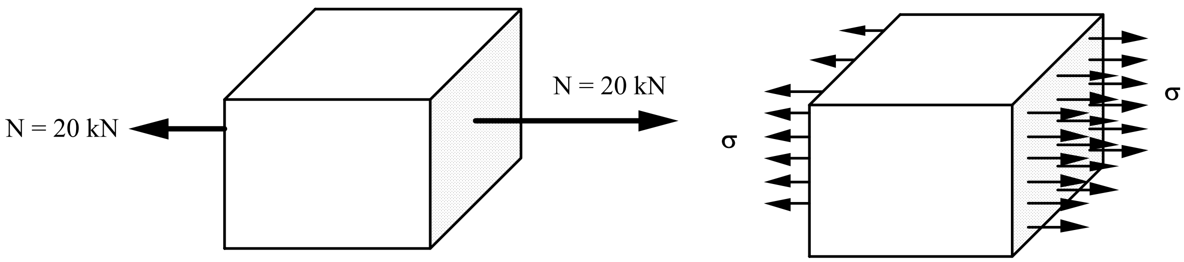


Fig. 5.12

$$A = 4\text{ cm x }4\text{ cm} = 16\ \text{cm}^2\left[\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right]^2 = 0{,}0016\ \text{m}^2$$

d'où

$$\sigma = \frac{20\text{ kN}}{0{,}0016\ \text{m}^2} = 1{,}25 \times 10^4\ \text{kPa}$$

On pourrait donner aussi **σ = 12,5 MPa**

EXEMPLE 5.9 *Le couvercle d'un réservoir de 50 cm de diamètre est fixé au moyen de 10 boulons de 1,5 cm² de section. Quelle est la contrainte dans les boulons si la pression dans le réservoir est de 6,5 kPa?*

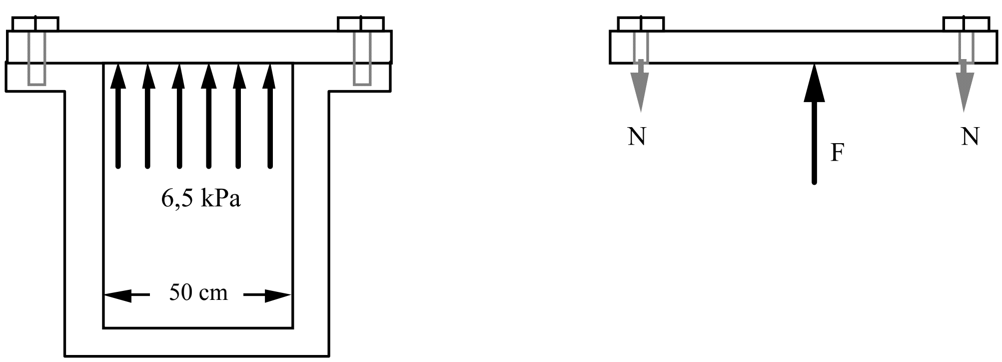


Fig. 5.13

Solution:

D'abord calculons la force exercée par la pression dans le réservoir sur le couvercle.

$$P = \frac{F}{A_1}$$ où A_1 = aire sur laquelle s'exerce la poussée

D'où $F = PA_1$ et $A_1 = \pi\,(.25\text{ m})^2 = 0.196\text{ m}^2$

Donc $F = 6{,}5 \times 10^3$ Pa x $0{,}196$ m^2 = **1275 N**

Si on calcule l'effort supporté par chaque boulon, on a:

$\sum F_y = 1275 - 10N = 0$ D'où **N =127,5 N**

Chaque boulon a une section de 1,5 cm^2 donc:

$$\sigma = \frac{127{,}5\ \text{N}}{1{,}5\ \text{cm}^2}\left[\frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right]^2 = 850 \times 10^3\ \text{Pa} = 850\ \text{kPa}$$

EXEMPLE 5.10 *Trouver la contrainte normale aux points A, B et C de la tige ci-dessous (5.14 a).*

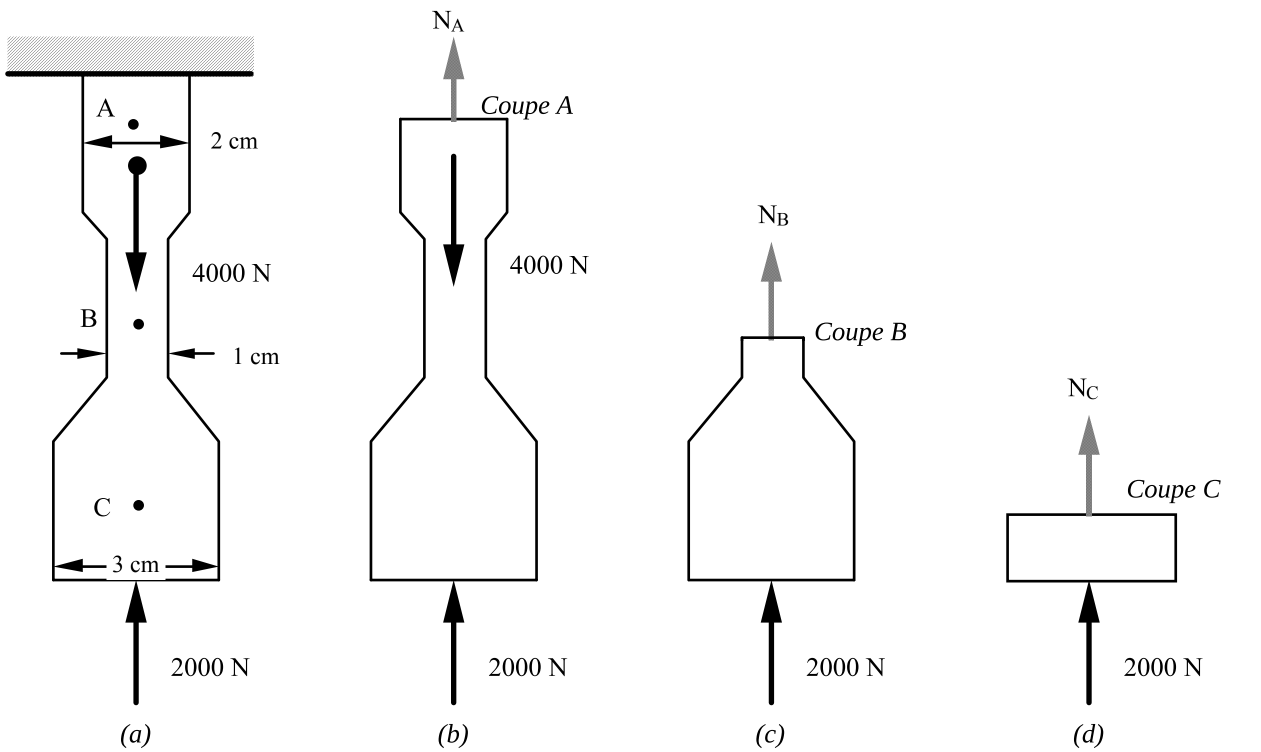


Fig. 5.14

Solution:

D'abord la coupe A: (fig. 5.14 b)

$$A_A = \frac{\pi d_A^2}{4} = \frac{\pi(,02\text{m})^2}{4} = 3{,}14 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$\sum F_y = N_A - 4000 + 2000 = 0$ D'où $\mathbf{N_A = 2000\ N}$

Donc

$$\sigma_A = \frac{2000\ N}{3{,}14\ x\ 10^{-4}\ m^2} = 6{,}37\ x\ 10^{6}\ Pa = 6{,}37\ MPa$$

$\boldsymbol{\sigma_A}$ **= 6,37 MPa tension**

Coupe en B: (5.14 c)

$$A_B = \frac{\pi d_B^2}{4} = \frac{\pi(,01m)^2}{4} = 7{,}85\ x\ 10^{-5}\ m^2$$

Et $\sum F_y = N_B + 2000 = 0$ D'où $\boldsymbol{N_B}$ **= - 2000 N** (2000 N compression)

$$\sigma_B = \frac{-2000\ N}{7{,}85\ x\ 10^{-5}\ m^2} = -2{,}55\ x\ 10^{7}\ Pa$$

Donc $\boldsymbol{\sigma_B}$ **= 25,5 MPa compression**

Coupe C: (5.14 d)

$$A_C = \frac{\pi d_C^2}{4} = \frac{\pi(,03m)^2}{4} = 7{,}1\ x\ 10^{-4}\ m^2$$

On a $\sum F_y = N_C + 2000 = 0$ donc $\boldsymbol{N_C}$ **= -2000 N** (2000 N compression)

D'où

$$\sigma_C = \frac{-2000\ N}{7{,}1\ x\ 10^{-4}\ m^2} = -2{,}82\ x\ 10^{6}\ Pa$$

Donc: $\boldsymbol{\sigma_C}$ **= 2,82 MPa compression**

5.3.2 Contrainte en cisaillement (τ) *(Tau)*

La contrainte en cisaillement "τ", c'est l'intensité de l'effort tranchant. C'est l'effort tranchant par unité de surface.

Contrainte en cisaillement:

$$\tau = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{A}} \left[\frac{N}{m^2}\right] \qquad \textbf{\textit{(5.2)}}$$

Où **V** = l'effort tranchant [N]
A = aire de la section de la pièce supportant l'effort V [m^2]

EXEMPLE 5.11 *Reprendre l'exemple 5.4 section 5.2.4. En sachant que les goupilles ont une section de 1,5 cm^2, calculer la contrainte en cisaillement dans la goupille.*

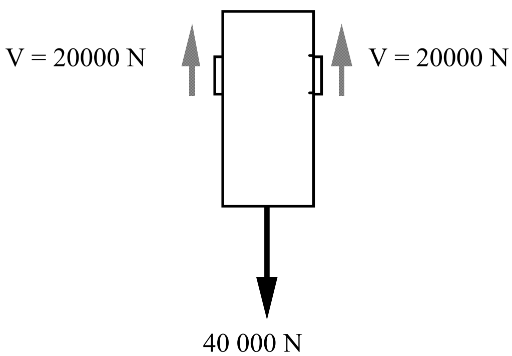


Fig. 5.15

Solution:

On a alors:

$$\tau = \frac{20000\ N}{1{,}5\ cm^2}\left[\frac{100\ cm}{1\ m}\right]^2 = 1{,}33 \times 10^8\ Pa$$

D'où **τ = 133 MPa**

5.3.3 Efforts et contraintes multiples

Lorsque l'on veut étudier un corps en entier, il est souvent préférable de vérifier toutes les contraintes s'exerçant sur celui-ci. Dans ce cas, on doit effectuer une coupe aux points considérés et tenir compte des trois efforts possibles N, V et M qui nous permettent de calculer les contraintes respectives.

EXEMPLE 5.12 *Calculer les efforts, contraintes et moment fléchissant dans la poutre ci-dessous au point C. La poutre a une section de 1 cm^2.*

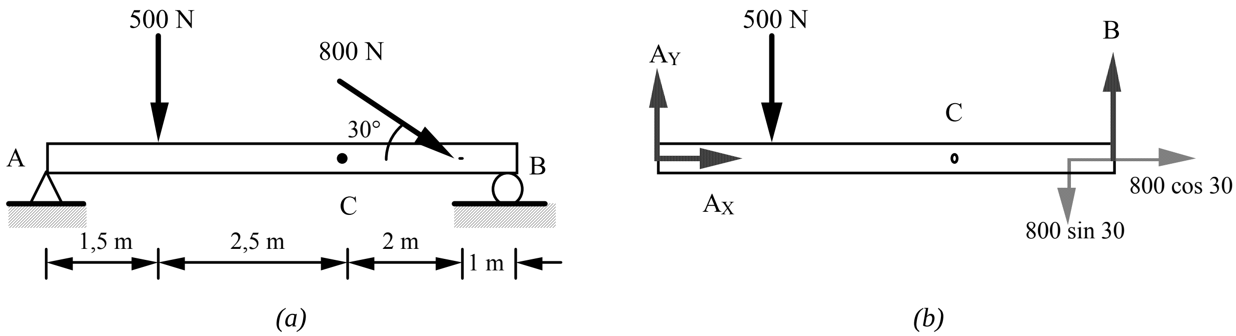


Fig. 5.16

Solution:

En effectuant une coupe à gauche comme à droite, il nous manque toujours une réaction d'appui afin de compléter notre étude, donc nous commencerons par trouver les réactions d'appuis. Isolons le corps en entier (3 inconnues) et décomposons la force de 800 N.

Équilibre de rotation:

$$\sum M_A = -(500 \text{ x } 1{,}5) - (800 \sin 30 \text{ x } 6) + (B \text{ x } 7) = 0$$
$$7B = 750 + 2400 = 3150$$

D'où **B = 450 N**

Équilibre de translation:

$\sum F_x = A_x + 800\cos 30 = 0$ D'où $\mathbf{A_x = -692{,}8\ N}$ (sens contraire)

et $\sum F_y = A_y - 500 - 800\sin 30 + B = 0$ D'où $\mathbf{A_y = 450\ N}$

Maintenant nous pouvons effectuer une coupe en C. La coupe peut être soit à gauche, soit à droite. Choisissons la coupe de gauche, figure 5.17.

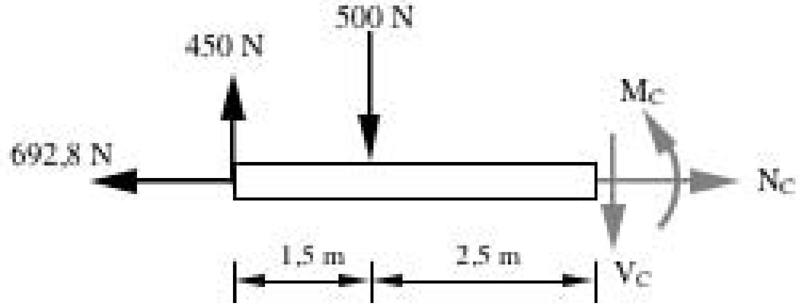


Fig. 5.17

Cherchons d'abord les efforts et moment fléchissant.

$\sum F_x = -692{,}8 + N_C = 0$ D'où $\mathbf{N_C = 692{,}8\ N}$

$\sum F_Y = 450 - 500 - V_C = 0$ D'où $\mathbf{V_C = -50\ N}$

et $\sum M_C = -(450 \times 4) + (500 \times 2{,}5) + M_C = 0$ D'où $\mathbf{M_C = 550\ Nm}$

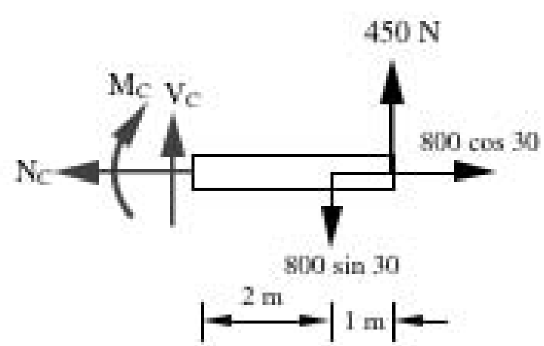
Du côté des contraintes maintenant. La contrainte normale:

$$\sigma_C = \frac{N_C}{A} = \frac{692{,}8\ N}{1\ cm^2}\left[\frac{100\ cm}{1\ m}\right]^2 = 6{,}93 \times 10^6\ Pa = 6{,}93\ MPa$$

La contrainte en cisaillement:

$$\tau_C = \frac{V_C}{A} = \frac{-50\ N}{1\ cm^2}\left[\frac{100\ cm}{1\ m}\right]^2 = -5{,}0 \times 10^5\ Pa = -500\ kPa$$

Comme exercice, reprenez l'exemple précédant en prenant la coupe de droite.



EXEMPLE 5.13 *Calculer les efforts internes en A et B de la poutre ci-dessous.*

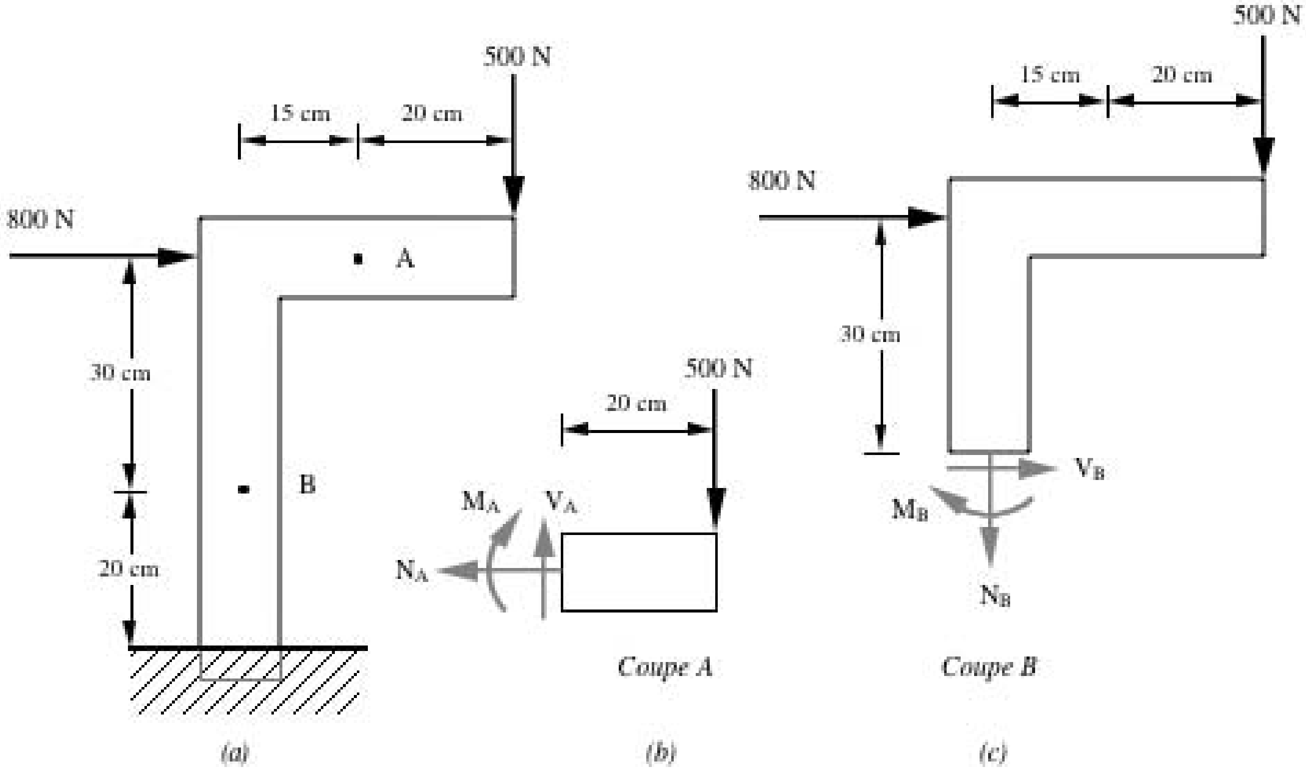


Fig. 5.18

Solution:

Coupe A: (fig. 5.18 b)

$\sum F_x = -N_A = 0$	D'où	$\mathbf{N_A = 0}$
$\sum F_y = V_A - 500 = 0$	D'où	$\mathbf{V_A = 500\ N}$
$\sum M_A = -M_A - (500 \times .2) = 0$	D'où	$\mathbf{M_A = -100\ Nm}$

Coupe B: (fig. 5.18 c)

$\sum F_x = 800 + V_B = 0$	D'où	$\mathbf{V_B = -800\ N}$
$\sum F_y = -N_B - 500 = 0$	D'où	$\mathbf{N_B = -500\ N}$
$\sum M_B = -M_B - (800 \times .3) - (500 \times ,35) = 0$	D'où	$\mathbf{M_B = -415\ Nm}$

5.3.4 Charges uniformément réparties

Une charge uniformément répartie ou distribuée est une charge qui agit sur une distance considérable de la poutre, et ce de façon uniforme. C'est-à-dire la charge sollicitant la poutre par unité de longueur est constante. Le poids propre de la poutre est une charge distribuée.

En général, la charge distribuée peut être répartie sur une partie de la poutre ou sur toute sa longueur. On appelle:

> *Charge uniformément répartie:*
>
> $$\mathbf{W} = \mathbf{wx} \text{ [N]} \qquad \textit{(5.3)}$$
>
> où **w** = charge par unité de longueur (charge linéaire) [N/m]
> **W** = charge totale uniformément répartie sur une longueur "x" [m].

Un bloc de béton appuyé sur une poutre peut être une charge distribuée. Par exemple, la charge ci-contre.

La charge totale **"W"** a comme grandeur, le produit de sa charge linéaire **"w"** par la longueur de sa charge **"x"**. Le point d'application de la charge totale W est **toujours** situé au **centre** de la partie conservée de la distribution.

Ici, la charge est prise dans sa totalité, sa valeur est:

$$W = 50 \left[\frac{N}{m}\right] \times 3 \,[m] = 150 \text{ N}$$

et elle est située au centre de la charge considérée, c'est-à-dire à (3 /2) 1,5 m du bord, figure *5.19 c*.

Si on effectuait une coupe dans les trois premiers mètres, la grandeur de la charge serait le produit de la charge linéaire par la grandeur choisie (par exemple à 2 m) donc

$$W = 50 \left[\frac{N}{m}\right] \times 2 \,[m] = 100 \text{ N}$$

et son point d'application au centre de la partie conservée, c'est-à-dire à (2 /2) 1 m du bord cette fois-ci.

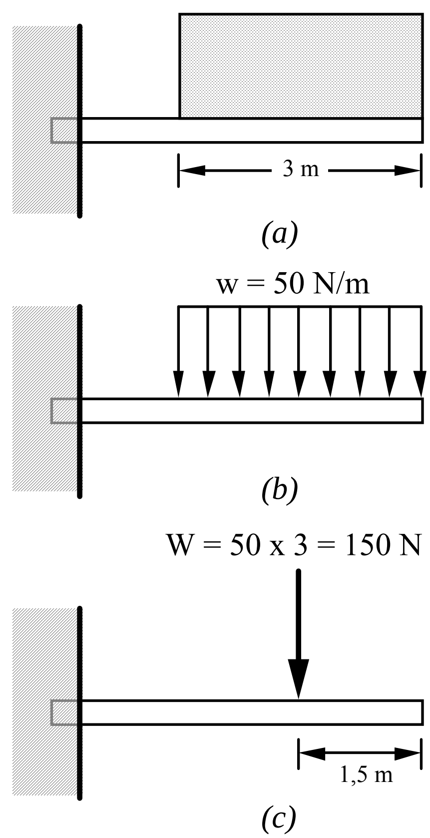


Fig. 5.19

EXEMPLE 5.15 *Calculer les efforts ainsi que les contraintes dans la poutre de la figure 5.20 au point A. La poutre est carrée de 10 cm de côté.*

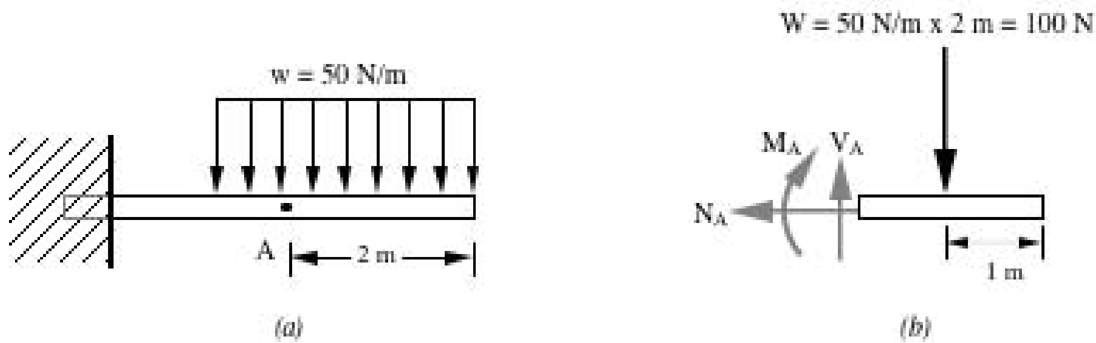


Fig. 5.20

Solution:

Coupe A:

$A = 0{,}1 \text{ m} \times 0{,}1 \text{ m} = {,}01 \text{ m}^2$

$W = 50 \text{ N} \times 2 \text{ m} = 100 \text{ N}$ à 1 m du bord

$\sum F_x = -N_A = 0$ donc $\mathbf{N_A = \sigma_A = 0}$

$\sum F_y = V_A - 100 = 0$ D'où $\mathbf{V_A = 100\ N}$

Donc $\tau_A = \dfrac{V_A}{A} = \dfrac{100 \text{ N}}{0{,}01 \text{ m}^2} = 1000 \text{ Pa} = 1 \text{ kPa}$

Finalement: $\sum M_A = -M_A - (100 \text{ N} \times 1 \text{ m}) = 0$ D'où $\mathbf{M_A = -100\ Nm}$