2

FORCES ET VECTEURS

2.1 NOTIONS DE FORCES

La notion de force au sens courant sous-entend l'effort musculaire. C'est cet effort qu'il faut exercer afin de modifier un corps. On entend par modifier un corps:

=> le déformer (étirer, comprimer, plier, ... une tige de métal)
=> changer son état de repos ou de mouvement (tirer une chaise, accélérer ou freiner une voiture, ...)

Une définition plus "physique" de la force inclus la notion d'action, c'est-à-dire l'action d'un corps sur un autre. Cet action peut se faire directement ou à distance. En statique, la plupart du temps l'action est directe. Cependant on la retrouve aussi à distance par l'action des poids des corps. Pour qu'une force existe il faut qu'il y ait un corps pour l'exercer et un autre corps pour la subir. La force comme plusieurs grandeurs physique est une quantité vectorielle donc qui fait appel à l'algèbre vectorielle.

Dans le système international (SI) l'unité de la force est le Newton (N). On utilise souvent les préfixes du système international afin d'avoir des quantités plus facile à utiliser tel;

•**k**N (kiloNewton) => 10^{3} N
•**M**N (MégaNewton) => 10^{6} N

2.2 TYPES DE FORCES

On rencontre trois types de forces en statique. Il s'agit du poids, des forces de contact et des forces de liaison.

2.2.1 Poids

Le poids est une force exercée à distance, cette force est toujours dirigée à la verticale et représente la force d'attraction de la terre sur un corps. C'est la seule force à distance rencontrée en statique. *(fig. 2.1 (a))*

2.2.2 Forces de contact

Tout objet qui est en contact avec un corps (ou une structure) sans y être fixé exerce sur lui une force de poussée perpendiculaire à la surface de contact. On appelle souvent cette force la **normale**. *(fig. 2.1 (b))*

2.2.3 Forces de liaison

Tout objet qui sert à lier un corps (ou structure) à un autre corps (ou structure). On retrouve parmi les liaisons les cordes, les barres articulées et les articulations (rotule). *(fig. 2.1 (c))*

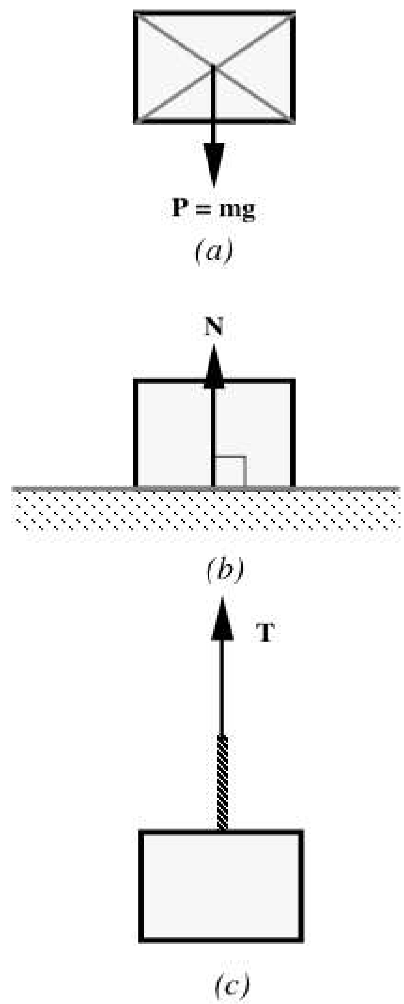


Fig. 2.1

2.3 REPRÉSENTATION DES FORCES

2.3.1 Introduction

On sait que la force est une quantité vectorielle, or une quantité vectorielle est une quantité **dirigée**, c'est-à-dire pas complètement déterminée par une valeur numérique. On définit une quantité vectorielle à l'aide de sa **grandeur**, sa **direction** et son **sens**.

La direction d'une force est donnée par l'angle que fait sa ligne d'action (ou une droite parallèle à celle-ci) avec un axe de référence connu. En général, on donne l'angle formé par rapport à l'axe des **x positif** en mesurant l'angle dans le sens **anti-horaire**.

A: Origine du vecteur (point d'application de la force),

B: Extrémité du vecteur (donne le **sens** du vecteur),

$\overline{AB}$: **Grandeur** (ou module ou intensité) du vecteur,

$\overline{ab}$: C'est la ligne d'action du vecteur, elle donne la **direction** du vecteur.

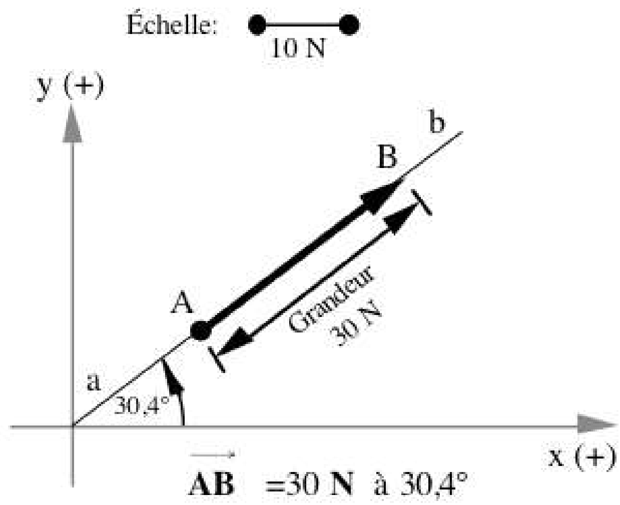


Fig. 2.2

Souvent on définit un vecteur par sa grandeur et son orientation (direction et sens). Par exemple le vecteur de la *figure 2.2* serait définit par: $\overrightarrow{AB}$ = 30 N à 30,4°. On utilise généralement une seule lettre ou une lettre avec indice afin de représenter un vecteur, par exemple on écrirait . Lorsque l'on veut donner seulement la grandeur du vecteur on écrit seulement la lettre sans flèche, cette grandeur est nécessairement positive car elle ne représente que la grandeur.

2.3.2 Définitions usuelles

•<u>Vecteurs colinéaires</u>:

Des vecteurs sont colinéaires s'ils possèdent la même ligne d'action. *(fig. 2.3)*

•<u>Vecteurs coplanaires</u>:

Des vecteurs sont coplanaires s'ils sont dans le même plan. Deux vecteurs non colinéaires sont toujours coplanaires car ils forment un plan entre eux. *(fig. 2.3)*

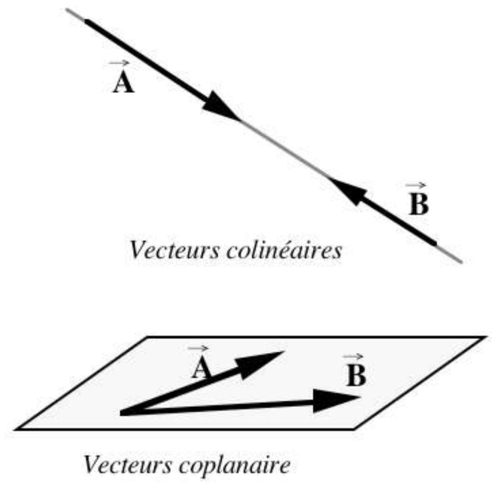


Fig. 2.3

•<u>Vecteurs concourants</u>:

Des vecteurs sont concourants si leurs lignes d'action passent par un point unique. *(fig. 2.4)*

•<u>Vecteurs non-concourants</u>:

Des vecteurs sont non-concourants si leurs lignes d'action ne passent pas toutes par un point unique.

•<u>Vecteur résultant</u> $\vec{R}$:

Ou résultante, c'est le vecteur unique capable de remplacer un système de vecteurs donnés pour produire le même effet.
Les vecteurs peuvent être concourants ou non. Lorsque l'on calcule une résultante on doit donner toutes ses caractéristiques comme tout autre vecteur: sa **grandeur**, son **sens**, sa **direction**.

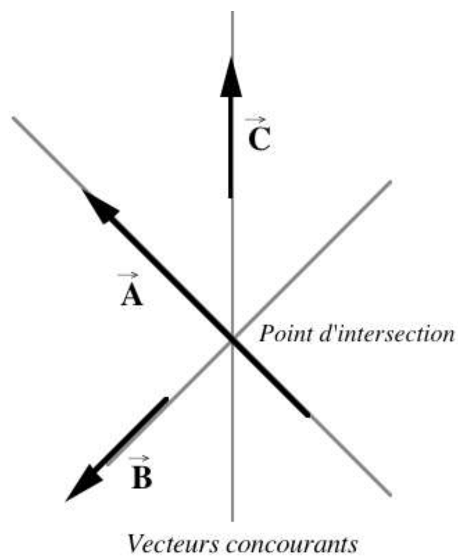


Fig. 2.4

•<u>Vecteur équilibrant</u> $\vec{E}$:

Ou équilibrante, c'est un vecteur unique qui permet d'équilibrer un système de vecteurs. L'équilibrante est en fait l'inverse de la résultante: $\vec{E} = -\vec{R}$.

2.4 RÉSULTANTE D'UN SYSTÈME DE FORCES

2.4.1 Décomposition de forces (vecteurs)

Au même titre que l'on peut remplacer un ensemble de forces par une force unique appelée résultante; on peut décomposer une force en deux ou plusieurs autres forces dont la somme est égale à la force initiale.

On peut par exemple décomposer le vecteur $\vec{C}$ en deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ dont la somme donne le vecteur $\vec{C}$.

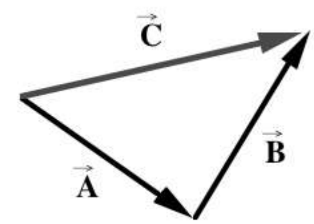


Fig. 2.5

On peut ainsi décomposer n'importe quelle force en deux forces suivant des axes quelconques. Cependant, il est préférable de choisir des axes plus utiles. Ainsi, si on choisit des axes ***orthogonaux*** (<u>perpendiculaires</u>) du genre **coordonnées cartésiennes** (plan xy); on peut ainsi se servir des décompositions pour additionner ***analytiquement*** les forces.

Avant de débuter la décomposition d'un vecteur allons y d'un rappel trigonométrique. Soit le triangle rectangle de la figure ci-dessous:

$\sin\theta = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypothénuset}}$ d'où $CO = H \cdot \sin\theta$

$\cos\theta = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypothénuse}}$ d'où $CA = H \cdot \cos\theta$

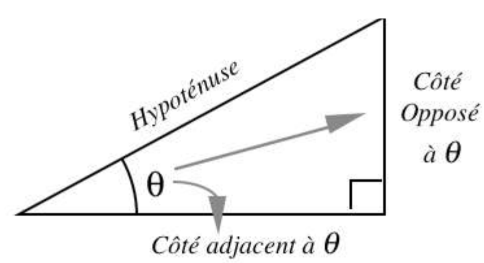


Fig. 2.6

Si on applique les lois de la trigonométrie on peut facilement décomposer n'importe quel vecteur de façon analytique. En observant la figure ci-contre on voit que:

$$\vec{A}_x + \vec{A}_y = \vec{A}$$

Or il est facile de connaître les composantes en x et en y de A à partir des lois de la trigo. Ainsi on peut tirer:

$$A_x = A \sin \alpha = A \cos \theta$$

et

$$A_x = A \cos \alpha = A \sin \theta$$

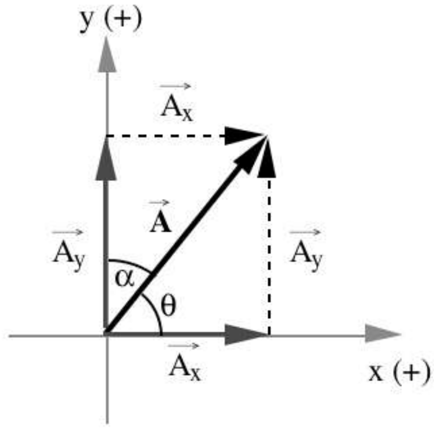


Fig. 2.7

Lorsqu'on possède une force où l'angle donné est supérieur à 90°, il est toujours préférable de transformer cet angle en grandeur inférieure à 90°.

Méthode:

1- Tracer le vecteur dans un système d'axes (pas besoin d'être à l'échelle),

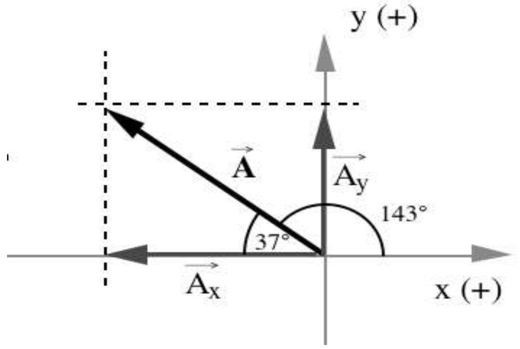
2- Tracer ses composantes (projections) sur les axes x et y,

3- Indiquer l'angle aigu (< 90°),

4- Calcul par trigonométrie (CO = H $\sin \theta$ et CA = H $\cos \theta$).

EXEMPLE 2.1: *Soit $\vec{A}$ = 100 N à 143°, donner les composantes selon x et selon y de ce vecteur.*

Solution:



Ici: 180° - 143° = 37°

donc: $A_x = -A \cos 37 = -100 \times 0{,}8 = -80$ N

$A_y = A \sin 37 = 100 \times 0{,}6 = 60$ N

Fig. 2.8

2.4.2 Addition analytique

Méthode:

1- Tracer les forces dans un système d'axe,

2- Tracer les composantes des forces selon les axes,

3- Transformer les angles en grandeurs aiguës,

4- Calculer la grandeur des composantes,

5- Faire la sommation des composantes selon x et y en faisant attention aux conventions de signes (en général on utilise + positif vers la droite et vers le haut et - négatif vers la gauche et vers le bas).

6- Tracer les résultantes selon x et selon y sur un second système d'axe et tracer R par parallélogramme.

7- Calculer la résultante globale (trigo),

8- Calculer la direction de R.

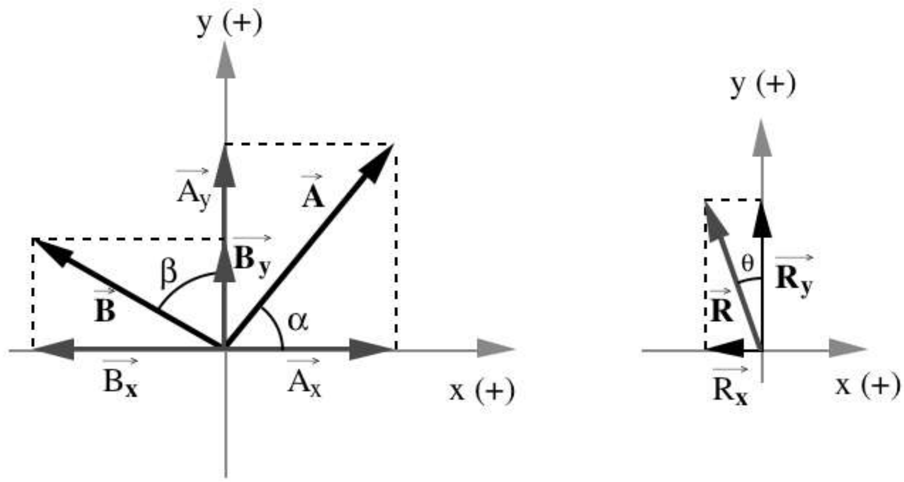


Fig. 2.9

On a:

$$A_x = A\cos\alpha$$
$$A_y = A\sin\alpha$$
$$B_x = -B\sin\beta$$
$$B_y = B\cos\beta$$

d'où:

$$R_x = \sum F_x = (A\cos\alpha - B\sin\beta)$$

$$R_y = \sum F_y = (A\sin\alpha - B\cos\beta)$$

et finalement

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right|$$

donc le vecteur résultant = R à (90° + θ) (déterminé selon la figure)

EXEMPLE 2.2: *Additionner les forces suivantes:*

$\vec{A} = 100$ *à* $37°$
$\vec{B} = 200$ *à* $143°$
$\vec{C} = 50$ *à* $210°$
$\vec{D} = 400$ *à* $310°$

Solution:

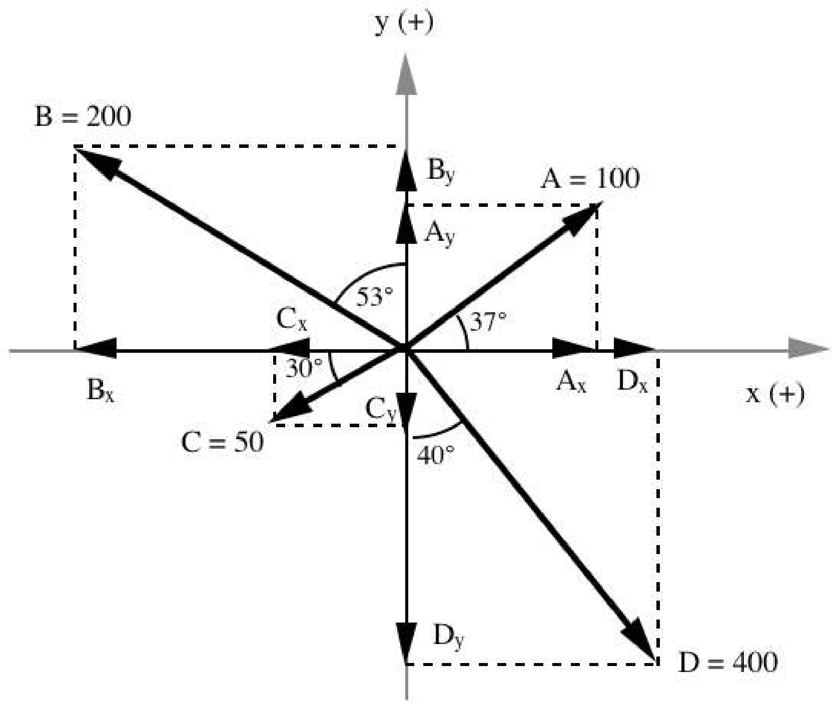


Fig. 2.10

A_x = 100 cos 37° = **80**

B_x = -200 sin 53° = **-160**

C_x = -50 cos 30° = **-43,3**

D_x = 400 sin 40° = **256**

A_y = 100 sin 37° = **60**

B_y = 200 cos 53° = **120**

C_y = -50 sin 30° = **-25**

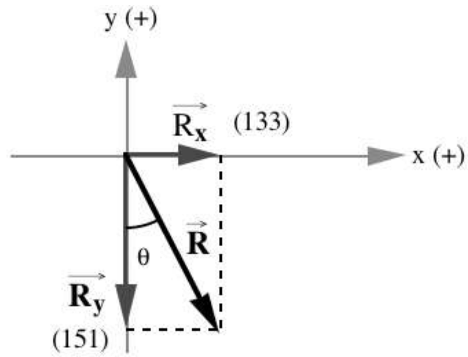
D_y = -400 cos 40° = **-306**

D'où

$\mathbf{R_x} = \sum F_x = (80 - 160 - 43 + 256) = \mathbf{133}$ $\mathbf{R_y} = \sum F_y = (60 + 120 - 25 - 306) = \mathbf{-151}$

Donc:

$$R = \sqrt{133^2 + 151^2}$$



et

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{133}{151}\right) = 41{,}4^o$$

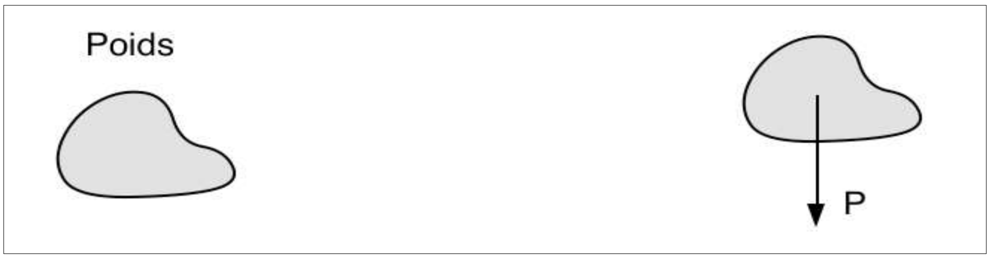
Fig. 2.11

D'où **R = 202 à 311,4°** (270° + 41.4°)

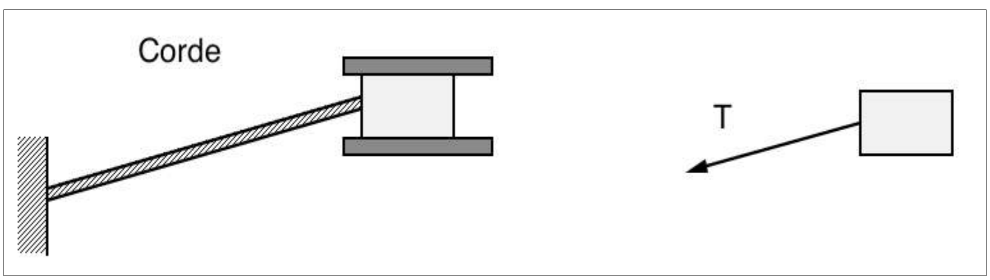
2.5 IDENTIFICATION DES FORCES SUR UN CORPS

La première étape pour résoudre un problème de statique est l'identification et le positionnement des forces. Une fois cette étape franchie, la méthode de résolution demeurent sensiblement la même pour tous les problèmes. Il est donc très important de s'exercer à ce niveau.

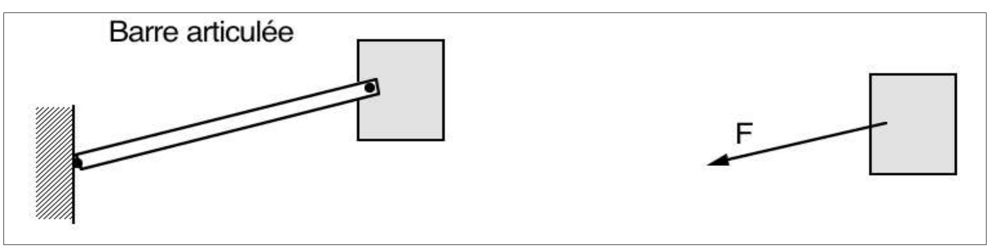
Gravité: La force est toujours dirigée vers le bas.



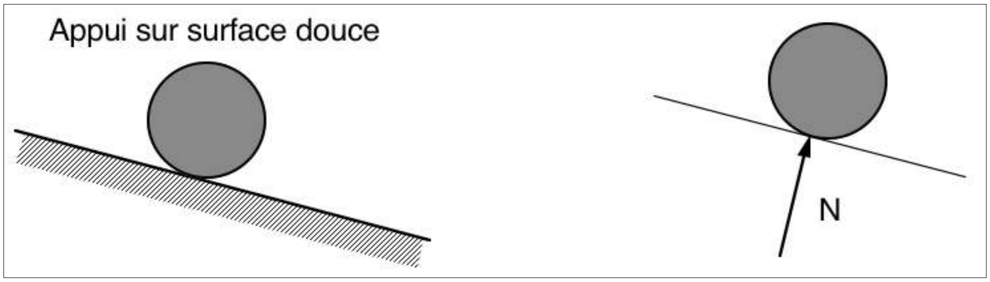
Corde: La force est dirigée dans le sens de la corde et est en tension.



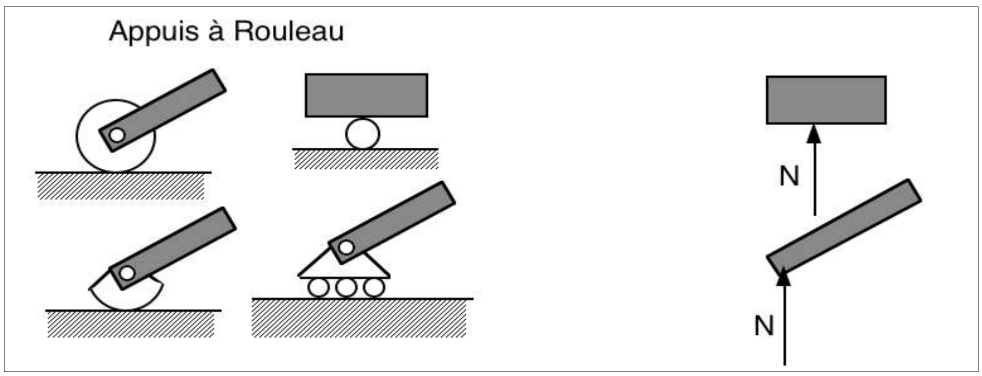
Barre articulée: La force est dirigée selon la barre et peut être en tension ou en compression.



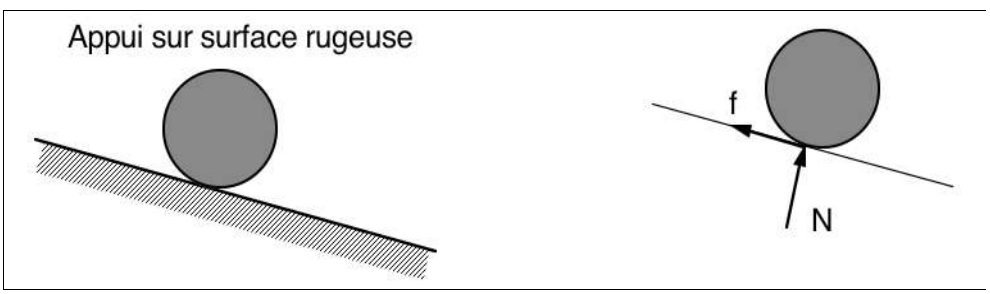
Contact sans frottement: La force est dirigée perpendiculairement à la surface de contact.



Appui à rouleau: L'appui ne peut soutenir que perpendiculaire à la surface sur laquelle il roule.



Contact avec frottement: En plus de la force normale, on doit tenir compte du frottement.



Appui double: Peut retenir verticalement et horizontalement.