10
DÉFORMATION DANS LES POUTRES EN FLEXION

10.1 DÉFLEXION DES POUTRES

10.1.1 Généralités

Lorsqu'une poutre, au comportement élastique, est soumise à un chargement qui provoque une flexion, son axe neutre se déplace par rapport à sa position d'origine. Ce déplacement, appelé <u>flèche</u>, qui se produit selon la direction transversale à l'axe longitudinal, varie en intensité tout le long de la poutre.

La *rigidité de flexion* d'une poutre est caractérisée par l'intensité de sa flèche résultant d'un chargement donné. Il arrive souvent que la rigidité soit plus importante que la résistance, dans les calculs concernant une poutre.

Il existe plusieurs méthodes de calcul de la flèche des poutres. Nous verrons la méthode de superposition.

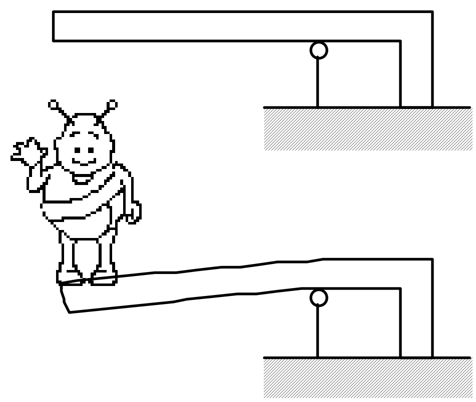


Fig. 10.1

10.1.2 La flèche

La déflexion d'une poutre est habituellement mesurée par la déformation de la surface neutre de la poutre à partir de sa position non chargée jusqu'à sa position chargée. La *figure 10.1 (a)* montre une poutre non chargée et la *figure (b)* la même poutre chargée, pour une distance ***"x"*** le long de la poutre, la déflexion est donnée par la distance verticale Δ_x (ou y_x), entre la surface neutre de la position non chargée et la surface neutre de sa position chargée, *figure 10.2 (c)*. On nomme ***<u>flèche</u>*** de la poutre, cette déflexion notée Δ_x (ou y_x).

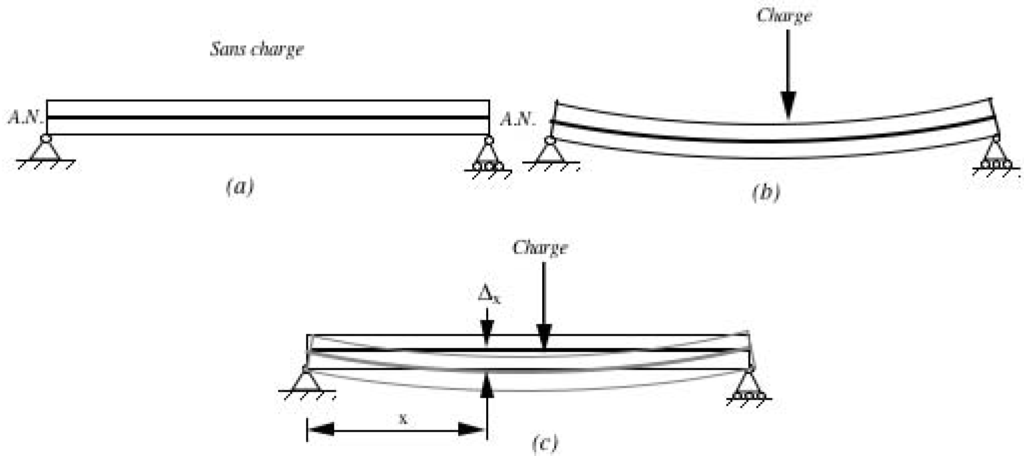


Fig. 10.2

À partir d'une poutre simple appuyée aux extrémités *(figure 10.3)*, on trace une tangente à la poutre déformée au point commun **A** (il existe deux points communs où la poutre déformée et non déformée se recoupent, A et B). On appelle la ***déviation*** d'un point *B* par rapport à un point *A* **"t_{BA}"**, la distance entre la position de B sur la poutre déformée et sa position sur la tangente à la poutre déformée tracée à partir du point A.

Ainsi, on note qu'au point C la tangente au point A est à $t_{CA} + \Delta_C$ de la poutre non déformée. Tandis qu'au point B, la tangente au point A est à t_{BA} de la poutre non déformée (au point B la poutre déformée est au même point que la poutre non déformée).

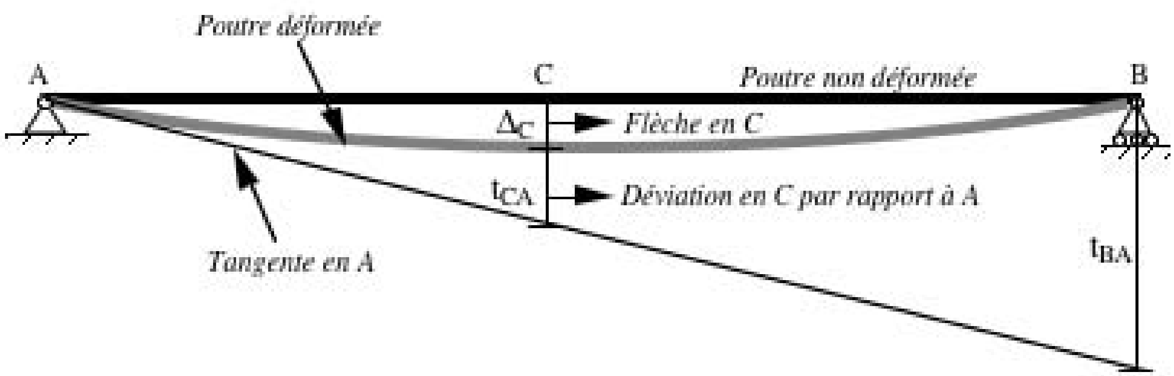


Fig. 10.3

Définition:

Flèche (Δ_X):	Distance entre la surface neutre de la poutre non-déformée et celle de la poutre déformée à un point **X**.
Déviation (t_{XA}):	Distance entre la tangente en **A** et un point **X** de la poutre déformée.

Si on observe une partie de la poutre de la *figure 10.4,* on voit la section CD (ou C'D') large de $\Delta \mathbf{x}$ possédant un rayon de courbure **R** et sous-tendu par un angle θ. En passant des tangentes à C' et à D', celles-ci seront aussi sous-tendues par un angle θ. On peut ainsi "voir" quelle est la contribution à la déviation t_{BA} exercée par la partie CD. Cette contribution se chiffre à $\Delta \mathbf{t}$ et est située à $\bar{x}_B$ de B.

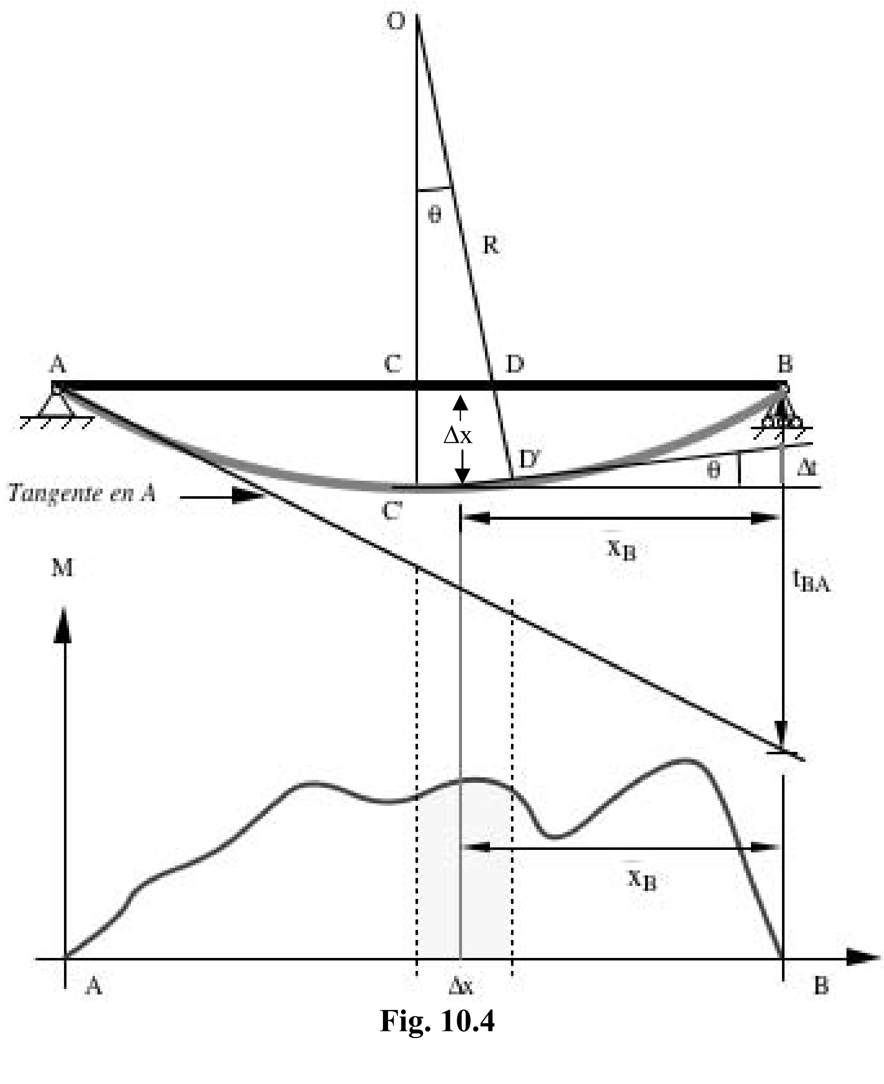


Fig. 10.4

Avec la méthode des moments d'aires, que nous ne verrons pas ici, on peut calculer la flèche de quelques cas particuliers.

10.1.3 Quelques cas particuliers

Comme on a mentionné précédemment, il y a plusieurs méthodes disponibles pour calculer les flèches des poutres. En général, il est difficile d'appliquer une seule méthode à tous les cas; c'est pourquoi, la connaissance de toutes les méthodes constitue un avantage évident, mais elle dépasse les limites de ce cours. En pratique, les flèches maximales ainsi que d'autres propriétés des poutres sont données dans les "handbooks", dans les livres spécialisés ou dans les tables. Le *tableau 10.1* donne quelques cas particuliers de chargement de poutre, les flèches maximales indiquées sont en valeur absolue.

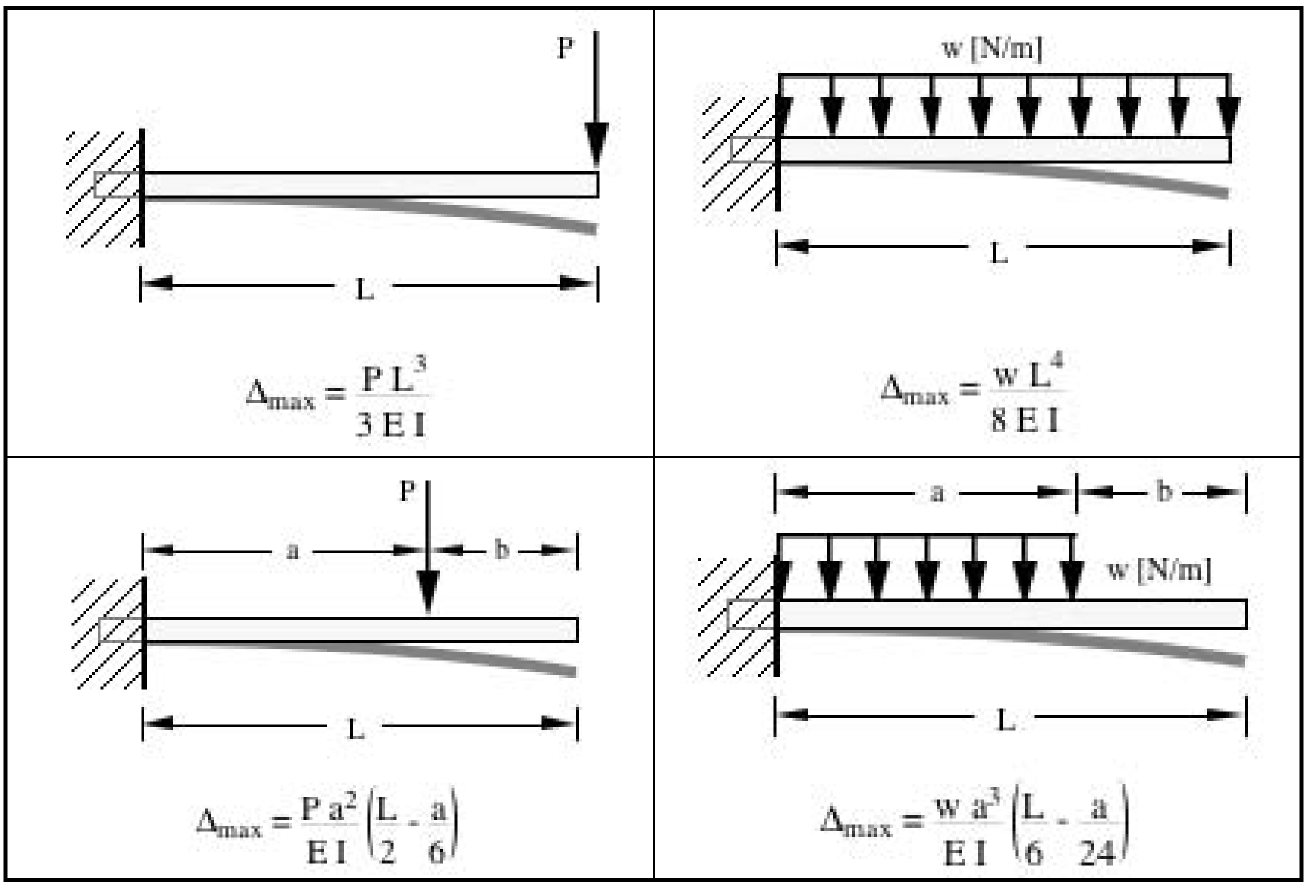


Tableau 10.1 : Flèches de quelques cas particuliers

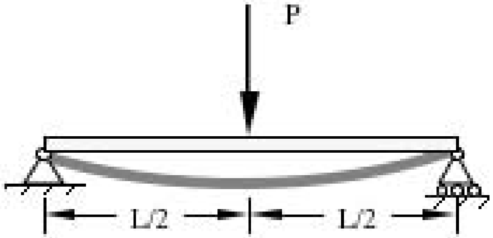
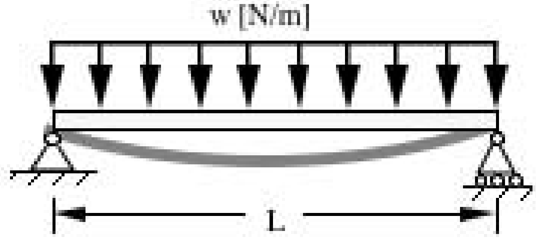
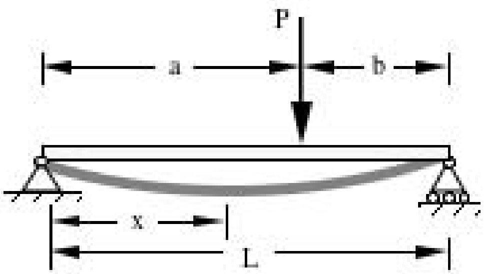
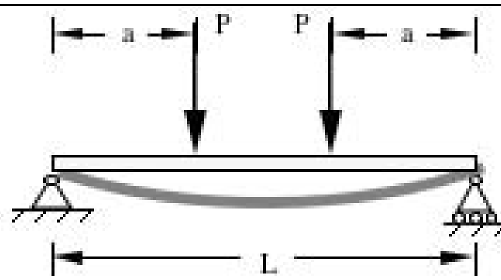
 $\Delta_{max} = \frac{P L^3}{48 E I}$	 $\Delta_{max} = \frac{w L^4}{384 E I}$
 $\Delta_{max} = \frac{P b}{3 E I L}\left(\frac{L^2 - b^2}{3}\right)^{3/2}$ à $x = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$ (b < a)	 $\Delta_{max} = \frac{P L^3}{24 E I}\left(\frac{3 a}{L} - \frac{4 a^3}{L^3}\right)$

Tableau 10.1 : Flèches de quelques cas particuliers (suite)

10.1.4 Méthode de superposition

Quand il y a plusieurs charges sur une poutre, on peut tracer un diagramme de ***M*** pour chacune des charges et calculer ainsi la déviation causée par chacune des charges. La déviation causée sera égale à la somme des déviations.

> *Définition:*
>
> La méthode de superposition est donc définie comme suit: "La flèche résultante en un point d'une poutre produite par plusieurs charges sollicitant simultanément cette poutre est égale à la somme algébrique des flèches à ce point dues à chacune de ces charges agissant séparément."

Dans l'application de la méthode de superposition, on peut y aller par la méthode des moments d'aire et on peut aussi se servir des formules existantes données dans les "handbooks" ou ailleurs.

Exemple 10.1 *Calculer la flèche résultante maximale de la poutre console en acier ayant un profilé en **I** de type **W** (W200 x 100).de la figure ci-dessous.*

Solution:

Commençons d'abord par diviser les charges, premièrement il faut additionner le poids du profilé à la charge répartie. Le profilé a une masse de 100 kg/m donc un poids de 100 x 10 N/m (P = mg). Ce qui donne une charge totale de 1200 N/m. Ce qui revient à:

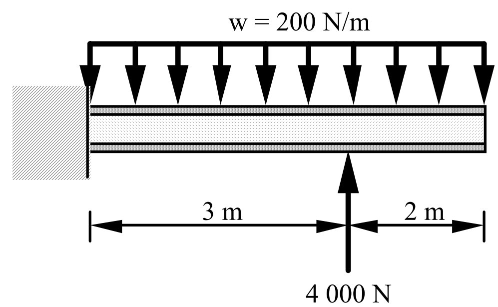


Fig. 10.13

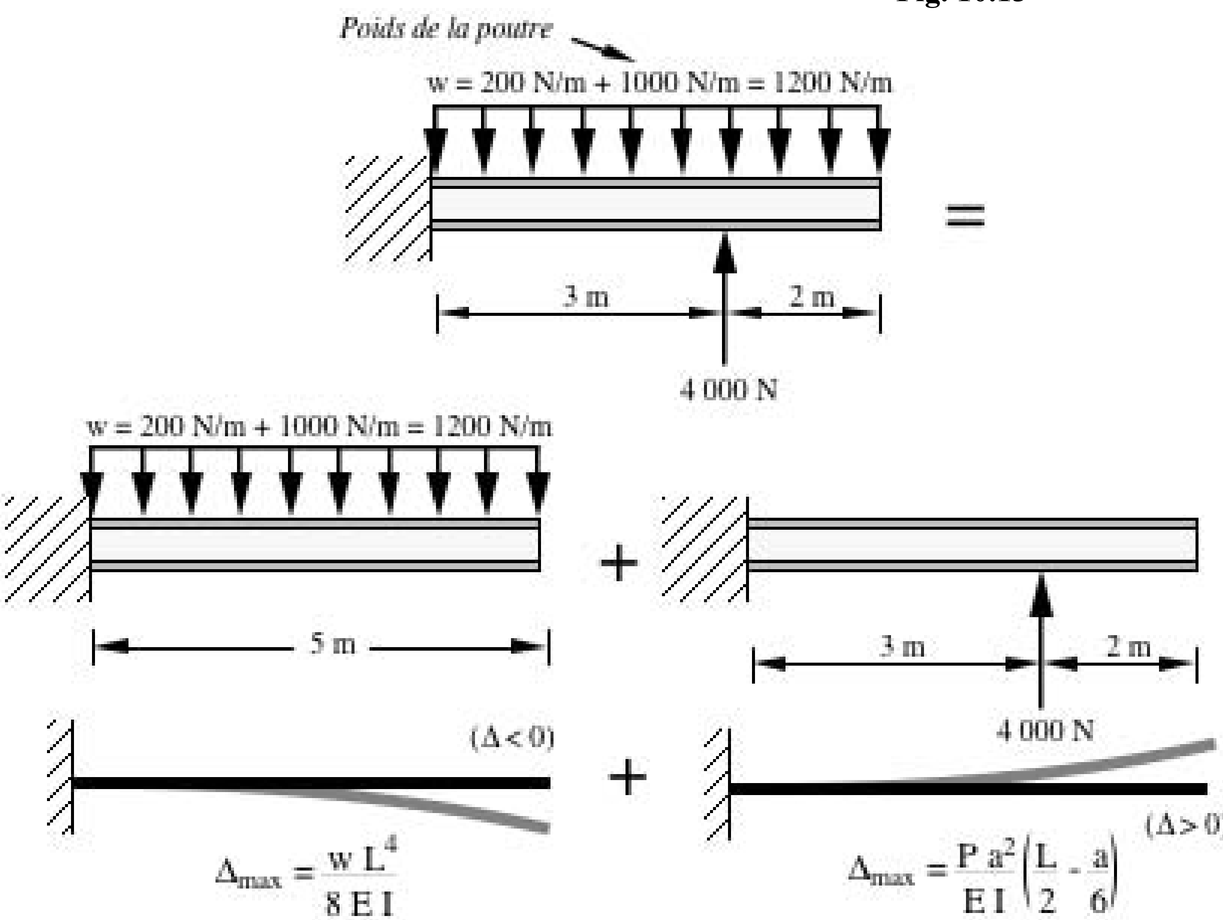


Fig. 10.5

Si on cherche dans les tableaux des modules d'élasticité et des profilés en **I** de type **W** on trouve:

$E = \quad 200 \times 10^{9}$ Pa et

$I_{AN} = \quad 113 \times 10^{6}\ mm^{4} = 113 \times 10^{-6}\ m^{4}$

donc calculons maintenant chacune des flèches respectives.

$${}^{2}\ {}_{max1} = -\frac{1\ 200\ N/m\ (5\ m)^{4}}{8 \times 200 \times\ 10^{9}\ Pa \times 113 \times\ 10^{-6}\ m^{4}} = -0{,}00415\ m$$

$${}^{2}\ {}_{max2} = \frac{4\ 000\ N\ (3\ m)^{2}}{200 \times\ 10^{9}\ Pa \times 113 \times\ 10^{-6}\ m^{4}} \left(\frac{5\ m}{2} - \frac{3\ m}{6}\right) = 0{,}00319\ m$$

D'où $\quad \boldsymbol{\Delta_{max} = -0{,}00415\ m + 0{,}00319\ m = -\ 0{,}00096\ m = -\ 0{,}96\ mm}$ **(vers le bas)**