

TABLE DES MATIÈRES

1		
INTRODUCTION.....		1
1.1 LA STATIQUE.....		1
1.2 MÉTHODES DE RÉOLUTION.....		1
1.2.1 Méthodes graphiques.....		2
1.2.2 Méthodes analytiques.....		2
1.3 HISTORIQUE.....		2
2		
FORCES ET VECTEURS		3
2-1 NOTIONS DE FORCES		3
2.2 TYPES DE FORCES		3
2.2.1 Poids		4
2.2.2 Forces de contact.....		4
2.2.3 Forces de liaison.....		4
2.3 REPRÉSENTATION DES FORCES		4
2.4 CATÉGORIES DE VECTEURS		5
2.4.1 Vecteur libre.....		5
2.4.2 Vecteur glissant.....		6
2.4.3 Vecteur lié.....		6
2.5 PROPRIÉTÉS DES VECTEURS (forces).....		6
2.5.1 Glissement des forces.....		6
2.5.2 Définitions usuelles.....		8
2-6 RÉSULTANTE D'UN SYSTÈME DE FORCES CONCOURANTES		9
2.6.1 Forces colinéaires.....		9
2.6.2 Forces concourantes		10
A Cas de deux forces (parallélogramme ou triangle).....		10
B Cas de plusieurs forces (polygone)		
C Décomposition de forces (vecteurs)		14
D Addition analytique		16
2.7 EXERCICES.....		19
2.8 RÉPONSES.....		24
3		
ÉTUDE DE L'ÉQUILIBRE DES CORPS		25
3.1 MOMENT D'UNE FORCE		25
3.1.1 Introduction		25
3.1.2 Définition		25
3.1.3 Calcul du moment		26
3.2 COUPLE.....		29
3.2.1 Définition		29

3.2.2	Valeur du couple	29
3.2.3	Couples équivalents.....	30
3.3	PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA STATIQUE.....	30
3.3.1	Premier principe	30
3.3.2	Deuxième principe	31
3.3.3	Troisième principe.....	32
3.3.4	Quatrième principe.....	32
3.3.5	Cinquième principe	33
3.4	APPUIS ET LIAISONS	34
3.4.1	Liaisons simples	34
A	Fil.....	34
B	Barre articulée.....	34
C	Articulation simple	35
3.4.2	Réactions des appuis	35
A	Appui simple (ou à rouleaux).....	35
B	Appui double (ou à rotule ou à articulation).....	36
C	Appui triple (ou encastrement)	37
3.4.3	Liaisons équivalentes	38
3.4.4	Liaisons complètes	39
A	Trois barres articulées.....	39
B	Une barre articulée (ou un appui à rouleaux) et une articulation	40
C	Un encastrement	40
3.5	CONDITIONS D'ÉQUILIBRE.....	41
3.5.1	Équations d'équilibre.....	41
A	Équilibre de translation.....	41
B	Équilibre de rotation	42
3.5.2	Identification des forces	42
3.5.3	Efforts internes	44
3.5.4	Calcul des réactions d'appuis	50
3.6	EXERCICES	57
3.7	RÉPONSES	77

4

MÉTHODES GRAPHIQUES.....79

4.1	CAS DE DEUX FORCES	79
4.2	THÉORÈME DES TROIS FORCES.....	80
4.3	POLYGONE DES PRESSIONS.....	81
4.4...	CORPS EN ÉQUILIBRE SOUS L'ACTION DE QUATRE FORCES QUELCONQUES (Droite de Culmann)	87
4.5	POLYGONE FUNICULAIRE.....	100
4.6	CALCUL DES RÉACTIONS D'APPUIS (FUNICULAIRE COMPLET).....	109
4.7	EXERCICES	113
4.8	RÉPONSES.....	124

5 LES TREILLIS 127

5.1 INTRODUCTION.....	127
5.1.1 Généralités.....	127
5.1.2 Construction	128
5.1.3 Assemblage	130
5.1.4 Chargement	130
5.1.5 Type de treillis.....	131
5.1.6 Systèmes isostatiques et hyperstatiques	132
A Système isostatique	132
B Système hyperstatique	133
5.2 FORCES INTERNES	134
5.2.1 Introduction	134
5.2.2 Inspection du treillis.....	134
5.2.3 Représentation des forces internes	135
A Force de tension (ou traction).....	135
B Force de compression	135
5.2.4 Méthode analytique des noeuds	136
5.2.5 Méthode graphique des noeuds de Crémona-Maxwell.....	143
A Notation de Bow.....	144
B Méthode de Crémona-Maxwell	145
5.2.6 Méthode (analytique) des coupes de Ritter.....	149
5.3 EXERCICES	154
5.3 RÉPONSES.....	160

6 EFFORTS INTERNES ET CONTRAINTES 161

6.1 GÉNÉRALITÉS.....	161
6.1.1 Introduction	161
6.1.2 Propriétés des matériaux	162
6.1.3 Hypothèses de base	163
6.1.4 Conditions d'équilibre	163
6.2 EFFORTS INTERNES	164
6.2.1 Généralités	164
6.2.2 Efforts internes dans le plan	167
6.2.3 Effort normal (N)	168
6.2.4 Effort tranchant (en cisaillement) V.....	171
6.2.5 Moment de flexion (M).....	172
6.3 CONTRAINTES	174
6.3.1 Contrainte normale (s) (sigma)	174
6.3.2 Contrainte en cisaillement (t) (Tau)	178
6.3.3 Efforts et contraintes multiples	179
6.3.4 Charges uniformément réparties	182
6.4 EXERCICES	184
6.5 RÉPONSES.....	192

7**CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS193**

7.1 CHARGEMENT UNIAXIAL	193
7.1.1 Introduction	193
7.1.2 Barreau en traction ou en compression	193
7.1.3 Diagramme d'essai de traction.....	201
7.1.4 Dilatation thermique (Effet d'un changement de température sur les déformations)	206
7.1.5 Facteur de sécurité.....	209
7.2 DÉFORMATION CAUSÉE PAR LE CISAILLEMENT	212
7.3 CONTRAINTES DANS LES CYLINDRES À PAROIS MINCES	214
7.3.1 Pression dans les fluides.....	214
7.3.2 Calcul de la pression dans les liquides (pression hydrostatique)	215
7.3.3 Cylindre fermé.....	216
7.3.4 Contrainte longitudinale (sL)	217
7.3.5 Contrainte circonférentielle (sc).....	218
7.3.6 Contrainte radiale (sr)	219
7.3.7 Cylindre ouvert.....	219
7.4 EXERCICES	220
7.5 RÉPONSES.....	228

8**POUTRE: EFFORT EN FLEXION229**

EFFORT EN FLEXION	229
8.1 INTRODUCTION.....	229
8.1.1 Types de poutres.....	229
A Poutre simple	230
B Poutre console.....	230
C Poutre avec porte-à-faux.....	230
D Poutre encastree et supportee	231
E Poutre continue	231
F Poutre à double encastrement.....	231
G Poutre supportee à double encastrement	232
8.1.2 Types de charges	232
A Charge concentree	232
B Charge uniformement répartie	233
C Charge non uniformement répartie	233
D Couples	234
8.2 DIAGRAMMES DE V ET DE M	235
8.2.1 Généralités.....	235
8.2.2 Recherche des efforts en tout point d'une poutre	236
8.2.3 Convention de signes	237
A Effort normal (ou axial) N.....	237
B Effort tranchant (ou de cisaillement) V	238
C Moment fléchissant (ou de flexion) M	238
8.2.4 Diagrammes de V et M à partir des équations d'équilibre	240

8.2.5 Relation entre V et M.....	251
8.2.6 Diagrammes de V et de M directement à partir des charges.....	254
8.3 EXERCICES.....	260
8.4 RÉPONSES.....	271
9	
PROPRIÉTÉS DES SECTIONS.....	273
9.1 AXE NEUTRE, CENTROÏDE ET MOMENT STATIQUE.....	273
9.1.1 Généralités.....	273
9.1.2 Surface neutre et axe neutre.....	273
9.1.3 Centre de gravité (cg).....	274
9.1.4 Moment statique d'une surface.....	275
9.2 MOMENT D'INERTIE.....	279
9.2.1 Moment d'inertie.....	279
9.2.2 Théorème des axes parallèles.....	280
9.3 MODULE DE SECTION ET RAYON DE GIRATION.....	282
9.3.1 Module de section.....	282
9.3.2 Rayon de giration.....	283
9.4 PROPRIÉTÉS DES SECTIONS	
TABLEAUX.....	285
9.5 PROBLÈMES.....	293
9.6 RÉPONSES.....	298
10	
CONTRAINTES DANS LES POUTRES EN FLEXION.....	299
10.1 CONTRAINTES NORMALES DE FLEXION.....	299
10.1.1 Généralités.....	299
10.1.2 Contraintes normales de flexion pure.....	299
10.2 CONTRAINTES DE CISAILLEMENT DUES À LA FLEXION.....	309
10.2.1 Contraintes dues à l'effort tranchant (flexion ordinaire).....	309
10.2.2 Considérations pratiques.....	315
10.3 PROBLÈMES.....	316
10.4 RÉPONSES.....	321
11	
DÉFORMATION DANS LES POUTRES EN FLEXION.....	323
11.1 DÉFLEXION DES POUTRES.....	323
11.1.1 Généralités.....	323
11.1.2 Méthode des moments d'aire.....	323
A Poutre console.....	328
B Poutre simple.....	329
C Poutre avec porte-à-faux (deux possibilités).....	329
11.1.3 Quelques cas particuliers.....	334
11.1.4-Méthode de superposition.....	335

11.2	PROBLÈMES	338
11.3	RÉPONSES	343

12

LES COLONNES.....345

12.1	GÉNÉRALITÉS.....	345
12.1.1	Colonne	345
12.1.2	Modes d'attache des extrémités de la colonne.....	347
12.1.3	Le contreventement des colonnes	347
12.1.4	La hauteur de la charge	349
12.2	COLONNES D'ACIER.....	352
12.2.1	Généralités.....	352
12.2.2	Colonnes courtes ($0 < C < C_0$).....	353
12.2.3	Colonnes intermédiaires ($C_0 < C \leq C_p$).....	353
12.2.4	Colonnes longues ($C_p < C \leq 200$).....	354
12.3	CALCUL DES COLONNES EN ACIER.....	355
12.3.1	Détermination de la capacité de charge	355
12.4	PROBLÈMES	358
12.5	RÉPONSES.....	362

13

LA TORSION.....363

13.1	TORSION	363
13.1.1	Généralités.....	363
13.1.2	Contrainte de cisaillement en torsion (section circulaire).....	363
13.1.3	Angle de torsion (section circulaire).....	367
13.2	PROBLÈMES	369
13.3	RÉPONSES.....	370

1.1 LA STATIQUE

La mécanique est la partie de la physique qui a pour objet l'étude des mouvements et des déformations des corps soumis à des forces. On la divise en trois parties:

- 1-la **cinématique**,
- 2-la **dynamique**,
- 3-la **statique**.

- => Cinématique: Étude du mouvement des corps sans considérer les forces qui agissent sur ce corps. (On étudie la position, la vitesse, l'accélération, ... d'un corps lors de son mouvement).
- => Dynamique: Étude des causes (forces) du mouvement. (On relie le mouvement des corps aux forces qui le produisent).
- => Statique: Étude de l'équilibre des corps. (On étudie ici des conditions auxquelles doivent satisfaire les forces appliquées sur un corps pour que celui-ci demeure en équilibre).

La statique est en fait un cas particulier de la dynamique mais il est toujours préférable de l'étudier séparément.

On étudie la statique afin de rechercher, à partir des conditions d'équilibre, les **efforts** que supportent les différentes parties d'une construction. Elle est la base de la résistance des matériaux.

1.2 MÉTHODES DE RÉOLUTION

La plupart des problèmes de statique peuvent être résolus soit par des méthodes graphiques soit par des méthodes analytiques. Le choix entre les deux types de procédés se pose et une brève description de chacun peut vous permettre d'effectuer le bon choix.

1.2.1 Méthodes graphiques

On utilise ces méthodes si les forces intervenant sur le corps se situent dans le **plan** (2 dimensions). Ces méthodes n'étant pas très précises, elles ne seront utilisées que pour une **ébauche** ou une estimation d'un projet. Ces méthodes sont quand même **fiables** compte tenu des données qui sont souvent imprécises. Elles sont aussi **simples** et **faciles** à contrôler.

1.2.2 Méthodes analytiques

Ces méthodes, faisant appels aux calculs théoriques, seront beaucoup plus précises que les méthodes graphiques. On les utilisera entre autres pour la finalisation d'un projet. Elles sont souvent plus longues et plus ardues à maîtriser que les méthodes graphiques.

Souvent les deux méthodes réunies se complètent l'une l'autre en se vérifiant et en évitant l'oubli de certaines données.

1.3 HISTORIQUE

La statique est une science très ancienne. Les premiers ouvrages datent de l'époque des Pharaons. Son développement a été celui des sciences en général; c'est-à-dire une lente progression à travers les siècles.

Parmi les écrits les plus anciens on note:

=>Archimède (278-212 ac J.-C.)

Plus tard viennent s'ajouter les noms de:

=>Léonard de Vinci (1452-1519)

=>Simon Stevin (1548-1620)

=>Isaac Newton (1642-1727)

=>Pierre Varignon (1654-1722)

=>Jean Bernouilli (1667-1748)

=>Carl Culman (1821-1881)

=>W Ritter (1847-1906)

C'est en fait Carl Culman qui est considéré comme le fondateur de la statique graphique moderne. Il est à l'origine des polygones des forces et des funiculaires.