Expérience de Spectrométrie

Par : Maxime Massarotto
Joëlle Marquis-Descoteaux
Gabriel Chabot

Groupe 05
Remis le 21 mai 2007
À M. Simon Villeneuve
Ondes et Physique Moderne
203-NYC-05

On ne pagine pas la page titre d'un document

But

Il s'agit d'abord de déterminer le pas d'un réseau à l'aide du spectre de diffraction de l'hélium, dont on connaît les valeurs des longueurs d'onde de ses raies. Le pas de ce réseau ensuite connu, il sera possible d'évaluer la longueur d'onde des trois raies les plus brillantes du spectre de l'hydrogène.

Données recueillies

	λ_{He} (nm)	H_{He} (cm)
1	667,8 ± 0,1	23 ± 0,1
2	587,6 ± 0,1	20,2 ± 0,1
3	501,6 ± 0,1	17,2 ± 0,1
4	447,2 ± 0,1	15,4 ± 0,1

	H_H (cm)
1	22,6 ± 0,1
2	16,8 ± 0,1
3	14,8 ± 0,1

R (cm)
29,5 ± 0,1

Détails des Calculs

(Incertitudes comprises)

0 – Calculs d'incertitude des données sources :

Les incertitudes sur les données métriques prises lors de cette expérience se calculent toutes de la même façon ~~générale~~ :

$$\Delta L = 0{,}1\% \times L + 2 \times \Delta \ell = 0{,}1\% \times L + 2 \times 0{,}05cm$$

soit l'incertitude inhérente à la règle utilisée additionnée aux incertitudes liées aux prises de mesure à chaque extrémité.

Les incertitudes sur la longueur d'onde des raies de l'hélium ont été fournies et sont toutes de 0,1 µm.

1 – Calcul de $\overline{\lambda}/\overline{H}$ et son incertitude :

Comme $\overline{\lambda}/\overline{H} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4}\left(\lambda_i/H_i\right)}{4}$; on trouve les valeurs pour chaque *i*, de 1 à 4 afin d'en faire la moyenne.

$$\lambda_1/H_1 \approx 2{,}903 \times 10^{-6} \qquad \lambda_2/H_2 \approx 2{,}909 \times 10^{-6}$$

$$\lambda_3/H_3 \approx 2{,}916 \times 10^{-6} \qquad \lambda_4/H_4 \approx 2{,}904 \times 10^{-6}$$

Donc on trouve :

$$\overline{\lambda}/\overline{H} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(\lambda_i/H_i\right)}{4} \approx 2{,}908141081 \times 10^{-6}$$

L'incertitude de cette moyenne se calcule par la méthode des ~~extrema~~ extrêmes, soit :

$$\Delta\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\lambda/H\right)_{\max} - \left(\lambda/H\right)_{\min}\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\frac{\lambda_3 + \Delta\lambda_3}{H_3 - \Delta H_3} - \frac{\lambda_1 - \Delta\lambda_1}{H_1 + \Delta H_1}\right] \approx 2,46355\times10^{-8}$$

Alors donc :

$$\boxed{\bar{\lambda}/\bar{H} = \left(2,91 \pm 0,02\right)\times10^{-6}}$$ (sans unité; il s'agit d'un rapport entre deux valeurs métriques)

2 – Calcul du pas du réseau « *d* » :

On sait que $d \cdot \sin\theta = m\lambda$ où $\sin\theta = \frac{H/2}{R} = \frac{H}{2R}$ et où l'ordre *m=1* (nous avons mesuré les raies du premier ordre) on trouve donc :

$$d = (2R)\left(\lambda/H\right)$$

On devrait donc théoriquement trouver la même valeur de pas du réseau pour chaque couple λ_i/H_i, cependant la réalité expérimentale comporte des imprécisions dont il faut tenir compte; on prend donc la valeur moyenne $\bar{\lambda}/\bar{H}$ pour pallier à cette incertitude :

$$d = 2R\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right) \approx 1,715803238\times10^{-6}\,\cancel{\mu}m$$

Et l'incertitude se calcule par la méthode des incertitudes relatives :

$$\Delta d = \left|\frac{\partial d}{\partial R}\right|\Delta R + \left|\frac{\partial d}{\partial\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right)}\right|\Delta\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right) = 2\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right)\cdot\Delta R + 2R\cdot\Delta\left(\bar{\lambda}/\bar{H}\right)$$

$$\approx 2,21\times10^{-8}\,m$$

Finalement on trouve la valeur du pas du réseau qui est de :

$$\boxed{d = \left(1,72 \pm 0,02\right)\mu m}$$

3 – Calcul des 3 longueurs d'onde formant le spectre de l'hydrogène :

On sait que $d \cdot \sin\theta_i = m\lambda_i$ où $\sin\theta_i = \dfrac{H_i/2}{R} = \dfrac{H_i}{2R}$ et où $m \in \square$. Or, *m=1* puisque les valeurs mesurées correspondent à celles du premier ordre. Alors :

$$\lambda_i = \frac{dH_i}{2R}$$

$$\Delta\lambda_i = \left|\frac{\partial\lambda_i}{\partial d}\right|\Delta d + \left|\frac{\partial\lambda_i}{\partial H_i}\right|\Delta H_i + \left|\frac{\partial\lambda_i}{\partial R}\right|\Delta R = \frac{H_i}{2R}\Delta d + \frac{d}{2R}\Delta H_i + \frac{dH_i}{2R^2}\Delta R$$

On trouve les longueurs d'onde suivantes :

$$\lambda_1 = 657,2398844nm$$
$$\Delta\lambda_1 = 16,90115806nm$$
$$\lambda_2 = 488,5677017nm$$
$$\Delta\lambda_2 = 13,31002981nm$$
$$\lambda_3 = 430,40488nm$$
$$\Delta\lambda_3 = 12,07170972nm$$

On trouve donc finalement :

$$\boxed{\begin{aligned}\lambda_1 &= (660 \pm 20)nm\\ \lambda_2 &= (490 \pm 10)nm\\ \lambda_3 &= (430 \pm 10)nm\end{aligned}}$$

Analyse et Conclusion

On peut dresser un tableau comparatif des longueurs d'onde du spectre d'hydrogène obtenues expérimentalement avec les valeurs théoriques* :

$\lambda_{H\ Exp.}$ nm	$\lambda_{H\ Th.}$ nm
660 ± 20	656,2
490 ± 10	486,1
430 ± 10	434,0

* : les valeurs théoriques ont été prises sur la figure 9.9 du manuel Physique : Ondes, optique et physique moderne de Harris Benson, 3ème édition de ERPI, 2005.

Les valeurs théoriques entrent toutes bien dans le champ d'incertitude de chaque valeur, comme en témoigne plus clairement le diagramme suivant :

Comme les données expérimentales concordent avec les données théoriques, obtenues à l'aide de la formule de Rydberg :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \text{ où } R = 1,09737\times10^{7}\ \text{m}^{-1} \text{ et où } m = \{3, 4, 5\}$$

Les résultats tendent donc à valider cette dernière formule pour le cas de l'hydrogène.

Le tableau de la page suivante montre les incertitudes relatives sur *d*, sur chaque λ_H ainsi que sur chacune des données utilisées pour les calculer. Toutes ces valeurs ont été calculées de la même façon que le modèle fictif suivant :

$I.R._E = \frac{\Delta E}{E}$ où I.R.$_E$ est le % d'incertitude relative, *E* est une valeur et *ΔE*, son incertitude

Les valeurs de *E* et de *ΔE* utilisées ne sont pas arrondies dans ce calcul.

Incertitudes Relatives			
d	**1,16%**	λ_{He1}	0,0150%
λ_{H1}	**3,03%**	λ_{He2}	0,0170%
λ_{H2}	**2,04%**	λ_{He3}	0,0199%
λ_{H3}	**2,33%**	λ_{He4}	0,0224%
$\overline{\lambda}/\overline{H}$	**0,847%**	H_{He1}	0,535%
R	0,439%	H_{He2}	0,595%
H_{H1}	0,543%	H_{He3}	0,681%
H_{H2}	0,695%	H_{He4}	0,749%
H_{H3}	0,776%	-	-

Le calcul du pas du réseau *d* a nécessité l'usage des variables R, chacune des longueurs d'onde de l'helium pour chaque raie ainsi que la hauteur H qui leur est associée. Ces 8 dernières variables sont enfin jumelées pour former la valeur moyenne $\overline{\lambda}/\overline{H}$. Les longueurs d'onde n'ayant que très peu d'influence sur l'erreur totale en comparaison avec les hauteurs H, celles-ci sont les principales sources d'erreur sur la détermination du pas du réseau puisqu'elles augmentent l'étendue d'incertitude du rapport moyen $\overline{\lambda}/\overline{H}$. Un bon moyen d'amoindrir cette source d'erreur serait d'augmenter la taille du montage : le ratio d'incertitude sur la valeur mesurée sera ainsi fractionné.

Quant aux diverses longueurs d'onde du spectre d'hydrogène obtenues, leur incertitude est en partie fonction de celle de *d*, en conséquence de quoi elle devient sa principale source d'erreur si on se fie aux calculs d'incertitude relative. Comme *d* est calculé à partir de d'autres valeurs énoncées précédemment, la principale cause d'erreur sur les valeurs expérimentales des longueurs d'onde des raies du spectre d'hydrogène se trouve à être la même que pour *d* : ce sont les hauteurs mesurées. Encore une fois, l'agrandissement du montage pourrait pallier à cette source d'erreur. De plus, cela diminuerait du même coup l'incertitude relative sur le rayon R qui n'est pas non plus une source négligeable d'erreur. Un autre moyen d'inhiber cette source d'erreur serait d'utiliser un instrument de mesure plus précis que les mètres à mesurer que nous avions, peut-être avec des règles dont la plus petite division serait en de fraction de millimètre ou encore en utilisant système de mesure avec laser à très haute précision.